Vzorové riešenia 2. kola zimnej série 2018/2019

Príklad č. 1 (opravovali Miro, Oliver):

Zadanie: Na úsečke medzi mestami A a B, ktoré sú vzdialené 32 kilometrov je mesto C pričom $|AC| = 12km$. Mesto Z leží na priamke AB tak, že nie je k ani jednému z troch iných miest bližšie ako $5km$, a zároveň jeho súčet vzdialeností od všetkých troch miest je najmenší možný. Nájdite všetky miesta, kde sa môže mesto Z nachádzať.

Riešenie: Začneme tým, že si nakreslíme rozloženie miest A, B a C ako na obrázku 1.

Obr. 1: Rozloženie miest A, B a C

Potom si vypočítame dĺžku úsečky BC: $|AB| - |AC| = |BC|$. To je 20 kilometrov. Treba si uvedomiť, že ak si odmyslíme bod C, tak hocikde by bolo mesto Z, súčet jeho vzdialeností od miest A a B by stále bol rovnaký a to 32 kilometrov, lebo mesto Z rozdeľuje úsečku AB na dve časti, ktoré spolu musia dávať dĺžku AB.

Čiže už vieme, že súčet $|AZ|+|ZC|+|ZB|$ musí byť aspoň 32. Keďže chceme, aby súčet $|AZ|+|ZC|+|ZB|$ bol čo najmenší a zároveň mesto Z nie je k ani jednému z miest bližšie ako 5 kilometrov, tak mesto Z musí byť, čo najbližšie k mestu C, lebo súčet $|AZ| + |AB| = 32km$. To je 5 kilometrov, aby sme neporušovali podmienku zo zadania.

Čiže súčet vzdialeností je 37 kilometrov. Tým pádom mesto Z leží buď 7 alebo 17 kilometrov vpravo od mesta A. Ešte overíme, či mesto Z nemôže ležať mimo AB. Ak by ležalo naľavo od mesta A, tak by súčet vyzeral takto $|ZA| + |ZC| + |ZB|$. To sa dá zapísať aj ako $|ZA| + |ZA| + |AC| + |ZA| + |AC| + |CB|$, kde $|ZA|$ je aspoň 5, $|AC| = 12$, a $|CB| = 20$. Tento súčet bude aspoň 59. AK by bolo mesto Z naľavo od mesta B súčet by bol $|AZ| + |CZ| + |BZ|$. To sa dá zapísať aj ako $|AC| + |CB| + |BZ| + |CB| + |BZ| + |BZ|$, kde $|BZ|$ je aspoň 5, $|CB| = 20$ a $|AC| = 12$. Tento súčet bude aspoň 67. Obidva súčty sú menšie ako 37, čiže tieto polohy mesta Z nie sú vhodné. 2.

Obr. 2: Miesta, kde sa môže mesto Z nachádzať

Odpoveď: Mesto Z môže byť na dvoch miestach: 7 kilometrov alebo 17 kilometrov napravo od mesta A ako na obrázku

Komentár: Odovzdávali ste veľmi pekné riešenia a skoro všetci ste dostali 10 bodov.

Príklad č. 2 (opravoval KuboP):

Zadanie: Jozeralf má set 36 rôznych domín. Na každom z nich je nejaká dvojica čísiel od 1 po 8, tieto čísla môžu byť aj obe rovnaké. Dajú sa tieto dominá usporiadať do jedného radu tak, aby spolu dominá susedili iba koncami s rovnakými číslami? Ak áno, ako? Ak nie, prečo?

Riešenie: Ako prvé si všimneme, že na domínach je dokopy napísaných 72 čísel a každé číslo sa vyskytuje rovnaký počet krát. Každá číslica sa vyskytuje rovnaký počet krát, lebo existuje iba 8 možných kociek, na ktorých by sa nejaká číslica mohla vyskytovať a je na nich napísaná práve 9 krát. Napríklad pre jednotku sú to dominá:

$$(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (1, 8)$$

Ak je teda 8 rôznych číslic a dokopy je na dominách napísaných 72 čísel, tak sa každá musí vyskytovať 9 krát, z čoho sa všetky vyskytujú rovnaký počet krát.
Ďalšou dôležitou myšlienkou je, že iba čísla na krajoch radu nemajú pár. To znamená, že iba tieto čísla sa môžu v našom rade vyskytovať nepárny počet krát. My však máme len dva konce a 8 čísel, ktoré sa majú vyskytovať nepárny počet krát, preto taký rad nie je.
Odpoveď: Taký rad neexistuje.
Komentár: Veľká časť z vás správne prišla k výsledku. Problém vám najviac robil druhý krok, kedy si bolo treba uvedomiť paritu. Viacerí ste skúšali vypisovať možnosti, ale to, že takého hadíka neviete nájsť neznamená, že neexistuje.
Bodovanie: Zväčša 3 body boli za správne zistenie, aké dominá máme, a ďalšie tri za uvedomenie si, že každá číslica sa vyskytuje nepárny počet krát. V závere za argument s paritou ste mohli získať až 4 body.

Príklad č. 3 (opravovali Miro, Kubo, Pajty):

Zadanie: Mágodejníci majú iba mince s hodnotami 1, 2, 5, 10, 20 a 50 magických peňazí. Obed stál 175 peňazí. Mágodejníci na zaplatenie použili niekoľko druhov mincí, no z každého použitého druhu rovnaký počet. Zaplatili presne 175 magických peňazí. Koľko akých mincí použili? Nezabudnite nájsť všetky možnosti.
Riešenie: Najprv treba rozložiť 175 na súčin prvočísiel, čo je $7 \cdot 5 \cdot 5$. Všetky súčiny, ktoré dokážem z týchto činiteľov vytvoriť sú: 5,7,25,35 a 175.
Potom vydelíme číslo 175 týmito súčinmi, pretože chceme zistiť aký bude súčet peňazí pred násobením.

$$175 \div 5 = 35$$

$$175 \div 7 = 25$$

$$175 \div 25 = 7$$

$$175 \div 35 = 5$$

$$175 \div 175 = 1$$

Teraz tieto čísla, ktoré nám vyšli poskladáme z hodnôt peňazí:

$$35 = 20 + 10 + 5$$

$$25 = 20 + 5$$

$$7 = 5 + 2$$

$$5 = 5$$

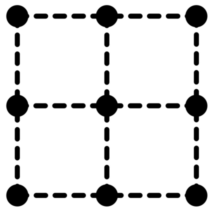
$$1 = 1$$

Odpoveď: Z toho vieme zistiť, že mohli použiť 5-krát 20, 10 a 5 alebo 7-krát 20 a 5 alebo 25-krát 5 a 2 alebo 35-krát 5 alebo 175-krát 1.
Komentár: Veľa z vás písalo iba 3 možnosti (keďže je v zadaní niekoľko), ale v skutočnosti ich je 5.

Príklad č. 4 (opravovali Teri, Hanka):

Zadanie: Domy v meste ležia na mrežových bodoch štvorčekovej siete s rozmermi aspoň 3×3 ako na obrázku 3, každý je buď červený alebo modrý. Ukáž, že sa v nej vždy nachádza trojica domov rovnakej farby, ktoré tvoria vrcholy pravouhlého trojuholníka.
Riešenie:
Ako prvé si uvedomíme, že príklad nám stačí dokazovať pre mriežku 3×3, lebo v každej väčšej mriežke sa bude mriežka 3×3 nachádzať aspoň raz.

Pokúsme sa nájsť také rozostavenie domov, pri ktorom nevznikne pravouhlý trojuholník. Ak takéto rozostavenie existuje, každý bod v ňom musí mať nejakú farbu, povedzme si, že bod A je modrý (ak by bol červený, je to to isté rozmiestnenie farieb, iba by sa každému bodu zmenila farba na opačnú).



Obr. 3: štvorčeková sieť 3×3

Teraz máme dve možnosti pre bod B. Rozoberme si teraz prvú možnosť: bod B je modrý. Ak je bod B modrý, potom body D a E musia byť červené, inak by vznikol pravouhlý trojuholník ABD alebo ABE. Teraz sa pozrieme na to, akú farbu môžu mať body G a H. Ak by boli červené, potom by vznikol pravouhlý trojuholník DEG alebo DEH. Ak by však boli modré, potom by vznikli pravouhlé trojuholníky ABG a ABH. Tu teda vidíme, že sa body nedajú ofarbiť bez toho, aby vznikol pravouhlý trojuholník.

Pozrime sa teraz na druhú možnosť: bod B je červený, bod D potom musí byť červený (ak by bol modrý vznikla by situácia ako v predošlej možnosti iba otočená). Bod E musí potom byť modrý, aby nevznikol pravouhlý trojuholník ADE. Bod G teraz musí byť červený, aby nevznikol pravouhlý trojuholník AEG, z rovnakého dôvodu musí byť bod H modrý. Teraz sa pozrieme na body F a I. Nemôžu byť modré, lebo by vznikli pravouhlé trojuholníky EHF a EHI, no ak by boli červené, vznikli by pravouhlé trojuholníky DEF a DEI. Body I a F teda nemôžu mať žiadnu farbu, inak by nám vznikol pravouhlý trojuholník.

Odpoveď: Ako sme ukázali vyššie v riešení, pri každom zafarbení domov dvomi farbami nám vznikne aspoň jeden pravouhlý trojuholník z domov jednej farby.

Komentár: Veľa z vás si poriadne neprečítalo zadanie a tak riešilo príklad len pre mriežku 3×3.

Príklad č. 5 (opravovali Danko, Mati):

Zadanie: V meste býva párny počet ľudí, väčší ako 2. Počas niekoľkých dní musí každý človek prísť na návštevu ku každému obyvateľovi, a aj jeho musia všetci navštíviť, a to práve raz. Každý deň musí každý občan buď jedného spoluobčana navštíviť, alebo privítať na návšteve práve jedného spoluobčana. Dá sa zariadiť, aby žiaden občan nebol dva dni po sebe na návšteve u niekoho iného? Ak áno, ako? Ak nie, prečo?

Riešenie: Predpokladajme, že by sa dalo zariadiť, aby nikto nebol dva dni po sebe na návšteve. Každý deň musí mať každý človek návštevu alebo byť na návšteve. Keďže musia ľudia vždy vytvoriť dvojicu, polovica ľudí musí byť u niekoho a druhá polovica zostane doma. Ďalší deň musia všetci, ktorí boli u niekoho na návšteve, zostať doma. Tým pádom musí zvyšná polovica, ktorá zostala predošlý deň doma, teraz niekoho navštíviť. Inak by počet ľudí, ktorí zostali doma bol vyšší ako počet ľudí, ktorí niekoho navštívili. Takto vidíme, že všetci obyvatelia musia striedať dni kedy sú doma a kedy sú na návšteve. Z toho dôvodu tí, ktorí boli na začiatku v rovnakej úlohe, budú už vždy, buď obaja doma, alebo obaja u niekoho na návšteve. Tým pádom sa nemôžu navzájom navštíviť.

Odpoveď: Návštevy sa nedajú zariadiť.

Komentár: Najčastejšie chybičky sa týkali všeobecnosti, často ste nerozobrali všetky možnosti alebo ste rozdelili ľudí, ale nepovedali ste ako. Tiež bolo často problémom tvrdenie, že nemôžu byť ľudia dvakrát po sebe doma, čo zadanie nezakazuje, a bolo to treba dokázať. Za toto sme však strhávali max. 2 body.

Príklad č. 6 (opravoval Mišo):

Zadanie: Máme dve čísla a, b, o ktorých vieme, že $a < b$ a zároveň a nie je deliteľom b. Dokážte, že ak vydelíme ich najmenší spoločný násobok ich najväčším spoločným deliteľom dostaneme aspoň 6.

Riešenie: Označíme si najväčší spoločný deliteľ týchto dvoch čísel d a ich najmenší spoločný násobok n. Čísla a, b potom vieme zapísať:

$$a = d \cdot x$$

$$b = d \cdot y$$

Keďže d je najväčší spoločný deliteľ, nové čísla x, y budú nesúdeliteľné a keďže a nie je deliteľom b, x nebude deliteľom y. Taktiež, keďže $a < b$, tak aj $x < y$.

Do najmenšieho spoločného násobku čísel sa z prvočíselného rozvoja zaráta všetko, spoločná časť však len raz. Pre nás to znamená, že $n = d \cdot x \cdot y$. Keď teda n vydelíme d výjde nám:

$$\frac{n}{d} = \frac{d \cdot x \cdot y}{d} = x \cdot y$$

To znamená, že tvrdenie zo zadania je to isté, ako tvrdenie, že naše čísla x, y majú súčin aspoň 6. My vieme, že x nemôže deliť y, takže nemôže byť 1. y je zas väčšie ako x. Tieto čísla teda budú aspoň $x = 2, y = 3$, ktorých súčin je 6. Keďže zväčšením aspoň jedného čísla sa ich súčin zvýši, ich súčin bude vždy aspoň 6.
Komentár: Aj keď mnohí z vás zvládli príklad pekne, nakopilo sa aj množstvo chýb. Veľa z vás si neuvedomilo, že väčšie čísla môžu mať vyšší najväčší spoločný deliteľ a tým pádom výsledný podiel bude nižší. Okrem toho ste zabúdali zdôvodniť časť vášho riešenia, či už zistenie súčinu alebo vysvetlenie, prečo je práve vtedy najmenší.

Príklad č. 7 (opravovali Paľo, Elusq, Miško):

Zadanie: Máme dve magické postupnosti, ich n-tý člen pomenujeme a_n/b_n:

- $a_1 = 0$, $a_2 = 1$, a každé ďalšie číslo je súčtom dvoch predchádzajúcich.
- $b_1 = 1$, $b_2 = 1$, každé ďalšie číslo je súčtom všetkých predchádzajúcich okrem posledného. (Teda $b_n = b_1 + b_2 + ... + b_{n-2}$)

Dokážte, že od tretieho člena sú obe postupnosti rovnaké.
Riešenie: Zo zadania vyplýva, že $b_{n-1} = b_{n-3} + ... + b_1$. Zároveň vieme, že $b_n = b_{n-2} + b_{n-3} + ... + b_1$. Z toho vieme $b_n = b_{n-2} + (b_{n-3} + ... + b_1) = b_{n-2} + b_{n-1} = b_{n-1} + b_{n-2}$. Podľa definície postupnosti a_n vieme, že $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$.
Našou úlohou je overiť niečo pre nekonečne veľa prirodzených čísel, presnejšie, že pre všetky $n \geq 3$ platí $a_n = b_n$. V takejto úlohe sa určite oplatí použiť metóda matematickej indukcie. Prvým krokom v matematickej indukcii je dokázať, že to platí pre nejakú malú konkrétnu hodnotu. Najprv si vypíšeme prvých 5 členov oboch postupností a tým zároveň urobíme prvý krok v matematickej indukcii.
Prvých 5 členov postupnosti a_n vyzerá takto: $0, 1, 1, 2, 3$.
Prvých 5 členov postupnosti b_n vyzerá takto: $1, 1, 1, 2, 3$.
Teraz vykonáme druhú časť metódy matematickej indukcie a to indukčný predpoklad a indukčný krok. Tu budeme najprv predpokladať, že to platí pre n a potom s týmto predpokladom dokážeme, že to platí aj pre $n+1$. Keďže sme už ukázili, že to platí pre prvých 5 členov, bude to už platiť pre všetky n. Predstavme si to ako veľkú domino dráhu. Je nám úplne jedno, koľko domín dáme do radu, pokiaľ zabezpečíme, že zhodíme prvé - to sme už urobili - a tiež to, že každé z domín zhodí to nasledujúce.
Predpoklad a krok vyzerajú nasledovne: ak $a_{n-1} = b_{n-1}$ a zároveň $a_n = b_n$, tak $a_(n+1) = b_(n+1)$. Ak toto tvrdenie platí pre všetky $n \geq 3$, tak máme hotovo. V tejto chvíli považujeme prvú časť tvrdenia za pravdivú a snažíme sa pomocou nej dokázať druhú časť tvrdenia. Vyjdeme z rovnice $a_n = b_n$ a pripočítame rovnakú hodnotu na obe strany: $a_n + a_{n-1} = b_n + a_{n-1}$. Podľa predpokladu vieme upraviť jeden z členov na konečný tvar: $a_n + a_{n-1} = b_n + b_{n-1}$. Táto rovnica podľa skôr odvodenej definície je presne $a_(n+1) = b_(n+1)$ a to sme potrebovali dokázať. Tým sme spravili aj druhý krok metódy matematickej indukcie a príklad je vyriešený.
Komentár: Veľa z vás použilo niečo ako matematickú indukciu, no väčšinou tam chýbal predpoklad, preto sme sa rozhodli napísať vzorové riešenie ako dôkaz matematickou indukciou. Niektorí z vás napísali, že takto to viem dokázať pre všetky n, no nedokázali to, čo bohužiaľ nestačí na desaťbodové riešenie.

Príklad č. 8 (opravoval Paľo):

Zadanie: Máme náhodne usporiadaný rad s 15 zámkami v tvare hviezdy, a 15 v tvare kruhu. Vieme vždy vybrať 10 zámkov priamo za sebou tak, aby päť z nich bolo v tvare hviezdy a päť v tvare kruhu?
Riešenie: Gramatická poznámka: Kovové zariadenie, ktoré sa otvára kľúčom, je zámka. Zámok je napríklad Bojnický.
Riešenie: Do radu zámok napíšeme namiesto kruhových zámok nuly a namiesto hviezdicových zámok jednotky. Súčet desiatich po sebe idúcich zámok je číslo od 0 do 10. Toto číslo sa rovná 5 práve vtedy, keď je v danej sekvencii desiatich zámok presne 5 kruhových a presne 5 hviezdicových. Súčet všetkých zámok je

15.
Súčet prvých desiatich zámok zľava nech je L. Súčet desiatich zámok sprava nech je P. Súčet zvyšných stredných zámok nech je S. Vieme, že $L+P+S=15$. Ak niektoré číslo z týchto troch je 5, máme nájdenú vhodnú sekvenciu zámok. Predpokladajme ďalej, že žiadne z nich nie je rovné 5.
Potom aspoň jedno z nich musí byť menšie ako 5 a aspoň jedno z nich je väčšie ako 5. To preto, lebo keby boli všetky väčšie ako 5, bol by ich súčet väčší ako 15 a keby boli všetky menšie ako 5, bol by ich súčet menší ako 15. Presúvajme sa od toho súčtu, ktorý bol menší ako 5, k súčtu, ktorý bol väčší ako 5. Pri každom presune o jednu zámku sa súčet desiatich zámok alebo nezmení (ak uberieme aj pridáme rovnakú zámku) alebo sa zmení o 1 (ak uberieme inú zámku ako pridáme). Pri našom presune od celého čísla menšieho 5 k číslu väčšiemu ako 5, pričom sa súčty menia o $+1$, 0 alebo -1, sa v niektorom kroku musíme ocitnúť na súčte 5 a to bude hľadaná sekvencia desiatich zámok.
Komentár: Vaše riešenia priniesli pekné nápady s rôznymi invariantmi. Niektoré riešenia neboli dotiahnuté, chýbalo málo na úplnosť, inde bola myšlienka iba naznačená a zdôvodnenia chýbali. Na druhej strane viacerí riešitelia iba uviedli niekoľko príkladov rozloženia zámok v rade, našli príslušnú sekvenciu zámok a riešenie uzavreli konštatovaním, že podobne to budeme schopní nájsť vždy. Toto pravdaže na body nestačilo.

Príklad č. 9 (opravovali KuboP, Jožko):

Zadanie: Diera má tvar ostrouhlého trojuholníka ABC. Vpísaná kružnica sa dotýka strany BC v bode D a pripísaná kružnica ku strane BC sa dotýka BC v bode E. Určte pomer BD ku EC.
(Pozn.: Pripísaná kružnica sa dotýka 1 strany trojuholníka a priamok, ktoré sú predĺžením zvyšných dvoch strán.)
Riešenie: Začneme tým, že si dokážeme užitočné pomocné tvrdenie.

Lemma (o čapičke na kružnici): Nech P je bod a k je kružnica. Zostrojme obe dotyčnice ku k cez bod P. Body, v ktorých sa dotýkajú kružnice k označme X, Y. Platí $|PX| = |PY|$.

Dôkaz: Označme stred kružnice S. Celá konfigurácia je osovo súmerná podľa priamky PS. Špeciálne bod X sa zobrazuje na bod Y a preto úsečka PX sa zobrazuje na úsečku PY. Osová súmernosť zachováva dĺžku, preto $|PX| = |PY|$.
Po nakreslení pekného obrázka by sme mohli nadobudnúť dojem, že hľadaný pomer bude 1. Dokážeme teda, že naozaj $|BD| = |CE|$. Označme X resp. Y body dotyku priamky AB resp. AC a kružnice pripísanej k strane BC. Podobne označme F resp. G body dotyku priamky AB resp. AC a kružnice vpísanej.
S našou lemmou sa dá toho na obrázku odvodiť veľmi veľa. Napr. máme $|AX| = |AY|$. $|AX|$ môžeme rozpísať ako súčet $|AF| + |FB| + |BX|$ a $|AY|$ ako $|AG| + |GC| + |CY|$. Takže platí

$$|AF| + |FB| + |BX| = |AG| + |GC| + |CY|$$

Ďalej z našej lemmy plynie $|AF| = |AG|$. To keď odčítame od rovnice z predošlého odseku, dostávame $|FB| + |BX| = |GC| + |CY|$.
Každý člen v rovnici vieme pomocou lemmy napísať inak: $|FB| = |BD|$, $|XB| = |BE|$, $|GC| = |CD|$ a $|YC| = |CE|$. Pomocou týchto vzťahov si prepíšeme rovnicu z predchádzajúceho odseku na $|BD| + |BE| = |CD| + |CE|$. Keď sa pozrieme bližšie na úsečku BC, tak zistíme, že o úsečkách BD, BE, CD, CE vieme ešte tento vzťah: $|BC| = |BD| + |DC| = |BE| + |EC|$.

Pomerne jednoducho sme dostali dva vzťahy

$$|BD| + |BE| = |CD| + |CE|$$

$$|BD| + |DC| = |BE| + |EC|$$

Oba obsahujú aj $|BD|$ aj $|CE|$. Keď ich sčítame, dostaneme

$$|BD| + |BE| + |BD| + |DC| = |CD| + |CE| + |BE| + |EC| \Leftrightarrow 2|BD| = 2|CE| \Leftrightarrow |BD| = |CE|$$

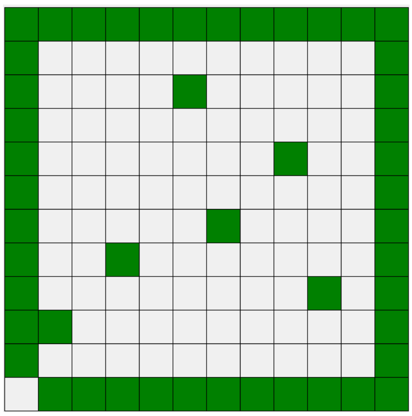
čo sme presne chceli dokázať.
Odpoveď: Hľadaný pomer je 1.

Komentár: Úloha mala pomerne malú úspešnosť. Preto chválim riešiteľov, ktorým sa úlohu podarilo vyriešiť na plný počet bodov. Úloha sa dala riešiť rôzne. Lemma o čapičke na kružnici je však v takýchto prípadoch efektívna zbraň a je dobré si ju zapamätať. Zvyšok riešenia už bol len napísať si z obrázka, čo najviac vzťahov a pohrať sa s rovnicami.
Bodovanie: 10 bodov dostali úplne správne riešenie; 4 body dostali riešenia, ktoré využívali kľúčové tvrdenia bez dôkazu; 2 body dostali riešenia, ktoré vyriešili iba nejakú špeciálnu konfiguráciu.

Prémia (opravovali Sára, Danko, Havoš, Viktor):

Zadanie: V miestnosti je farebný tanečný parket rozdelený na 12×12 políčok. Niektoré políčka svietia. Tanec sa začína v niektorom z rohových políčok. Whravoš potom tanečne kráča dopredu, až kým nepríde na políčko, ktoré svieti. Na ňom sa zastaví, otočí sa o 90 stupňov doprava a ide ďalej rovno. Takto tancuje, ale po chvíli z parketu odtancuje preč, pretože už smerom von nenarazí na žiadne políčko čo by ho otočilo. Rozmiestnite ľubovoľný počet svietiacich políčok tak, aby Whravoš tancoval čo najdlhšie a aby jeho počiatočné (rohové) políčko nesvietilo. Koľkokrát sa pri tom Whravoš pohne kým odíde z parketu? *(Pokyn: Pri tomto príklade stačí napísať, ktoré políčka svietia na začiatku a koľko políčok pri tanci prešiel.)*
⋆⋆⋆ Tento príklad je bodovaný inak ako ostatné. Viac informácií nájdeš v pravidlách. ⋆⋆⋆

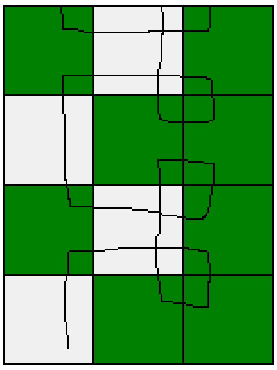
Riešenie: Pri každom pohybe Whravoš vstúpi na niektoré políčko, okrem posledného, kedy stúpi von. Spočítajme si teda, koľko krát dokopy môže vstúpiť na niektoré políčko. Vieme, že na jedno políčko nemôže stúpiť viac krát z rovnakého smeru, inak by jeho pohyby tvorili cyklus, do ktorého sa nemá ako dostať (zaistené tým, že začiatočné políčko nemôže byť zafarbené). Takže na každé z 144 políčok môže vstúpiť 4-krát, zo štyroch smerov. Teraz odpočítame krajné políčka, na ktoré môže vstúpiť iba z dvoch (rohové) alebo jedného (rohové) smeru tak, aby aj po zahnutí doprava nevyšiel mimo šachovnice: $144 \cdot 4 - 2 \cdot 40 - 3 \cdot 4 + 1 = 484$ Na konci je pripočítaná 1, za krok ktorým Whravoš vystúpi von z parketu.
Odpoveď: Pri najlepšom riešení aké sa dá dosiahnuť teda Whravoš prejde 485 krokov.
Komentár: Jednému riešiteľovi sa podarilo nájsť najlepšie riešenie, v takomto rozložení:



Obr. 4: najlepšie riešenie

Veľa z vás malo 150 krokové riešenia, ktorých hlavným cieľom bolo prejsť všetky políčka. Dôležitá vec čo si bolo teba uvedomiť je, že cez každé políčko sa dalo prejsť viacerými smermi. V najlepších riešeniach sa cesty mnoho krát prekrižovali, a na jednom políčku sa Whravoš otáčal viac krát. Veľa z vás tiež použilo systematický špirálovitý pohyb Whravoša, pre ktorý bola zafarbená viac ako polovica políčok, ktorý maximálne využil neokrajové políčka.

Kôli stratám na okrajoch však bolo efektívnejšie unikátne riešenie najlepšieho riešiteľa, pri ktorom ani nebolo treba zafrabiť až tak veľa políčok.
Bodovanie: Najlepší riešiteľ dostal 8 bodov, dvaja so 460 a 461 krokmi dostali 7 bodov, za 430 a viac krokové riešenia dostali 6 bodov, 342+ 5 bodov, 271+ 4 body, nad 150 dostali 3 body, všetky 150 bodové riešenie dostali 2 body (A bolo ich naozaj veľa). Zvyšné riešenia ktoré fungovali dostali 1 bod.



Obr. 5: špirála