

## Zadania 1. kola zimnej série 2018/2019

**Termín: 15.10.2018**

**Naša adresa:** Riešky, Mgr. Viera Babišová, Gymnázium Grösslingová, Grösslingová 18, 811 09 Bratislava 1

**Elektronické riešenia:** <http://riesky.sk/>

Na Vesmírnej Univerzite pre Mágodejníkov bol rušný piatok. Mágodejník Viktoragor sedel na hodine starodávnych, zúrivých, bezcitných a príšerne terifických bohov. Profesor Romanor meškal, tak si čakanie na prednášku o bohovi snov Chlochlochlo skrátill hraním sa s drahými kamienkami, ktoré veľmi obľuboval:

**Príklad č. 1:** Každý drahý kamienok má inú hmotnosť. Hmotnosti sú: 3500g, 3800g, 3900g, 4200g, 4300g, 4700g. Viktoragor ich chvíľu porovnával a zistil nasledovné fakty:

1. Diamant je ľahší ako ametyst, ale ťažší ako emerald.
2. Beryl je ľahší ako ametyst.
3. Citrín je ťažší ako fluorit, ale ľahší ako beryl.
4. Diamant je jeden z dvoch najťažších.
5. Citrín je ťažší ako emerald.
6. Fluorit nie je najťažší.

Koľko vážia jednotlivé drahé kamienky? Nájdite všetky možnosti.

Medzitým sa v labáku metafyzikálnej alchýmie a vedológie venoval mágodejník Radankos svojmu koníčku - metafyzikálnej alchýmii a vedológii. Dnes sa pokúšal vytvoriť prenosnú diery hádzaním tehál hviezdnej hmoty do gravitačného kotla. Bude ho to však stáť viac ako málo, ak nie aj celý majetok:

**Príklad č. 2:** Na vytvorenie prenosnej diery sa používajú tri rôzne druhy tehál. Sú to tehly z jadier hviezd Aldebaran, Betelgeuse a Chara. Prvá stojí 3.50 magických peňazí, druhá 1 magický peniaz a tretia 0.85 magických peňazí. Po tom, čo Radankos do kotla nahádzal 100 tehličiek, zistil, že ho stáli celkovo presne 100 magických peňazí. Koľko ktorých tehál použil, ak vieme, že každý druh použil aspoň raz?

V druhej časti univerzity sa odrazu mágodejníkovi Whravošovi zatmelo pred očami. Vôbec sa na skúšku z čítania myšlienok neučil. Jeho kľatba mu nedovoľovala dlho spať. (Stalo sa to už dávno. Nehoda so zaklínadlom spánkovej derivácie. Teraz ho to zaklínadlo, chudáčika, zobudí, ak by mal spať dlhšie ako 48 minút.) Rozhodol sa, že bude podvádzať zakázanou vedou, matematikou:

**Príklad č. 3:** Whravošovou úlohou bolo, aby profesorovi Mišomeovi povedal, aké si myslí číslo. Keďže sa ale na túto skúšku nepripravoval, zistil iba čiastkové informácie: Ak profesorove číslo vynásobíme tromi, dostaneme trojciferné číslo. Z neho vieme poprehadzovaním cifier dostať práve tri iné trojciferné čísla. Whravoš síce nevie zistiť, aké číslo si profesor myslí, ale vie dokázať, že to nie je násobok čísla 11. Dokážeš to aj ty? Ako?

Zatiaľ, čo sa Whravoš matematikou zabával, Jozeralf sa ňou tráпил. Ako správny mágodejník si matematiku nevážil. Tie prírodné vedy sa predsa musia klaňať čistej mágológii, kráľovnej všetkých vied! A aj tie úlohy sú strašné. Dokázať, že nekonečno je prvočíslo? Že 42 delí 1? Tá profesorka Táničkatena sa snáď z tej matematiky už úplne zbláznila! A teraz ešte aj takáto úloha:

**Príklad č. 4:** Nájdite všetky štvorciferné prvočísla, pre ktoré platí:

1. Žiadne dve jeho cifry nie sú rovnaké.
2. Pre prvé aj posledné dve cifry platí, že ich súčet je 10, a spolu tvoria dvojciferné prvočíslo.
3. Posledná aj predposledná cifra sú prvočísla.

Vtom však všetci štyria (až na Viktoragora) zachytili nejakú zvláštnu kozmickú vibráciu. Keďže však bola hodina, dúfali radšej, že sa im to iba zdá a upokojili sa. Nevšimli si to však len oni, ale aj strážnik Paľosen v neďalekej obrannej veži. V diaľke naozaj bolo Niečo-Zlé, a rýchlo sa to približovalo k univerzite:

**Príklad č. 5:** Niečo-Zlé sa približuje k univerzite. Strážnik Paľosen vo svojej veži sa nachádza niekde medzi Niečim-Zlým a univerzitou. Keď si všimol Niečo-Zlé, vypočítal, že o 15 minút bude už len o 5 kilometrov ďalej od univerzity ako jeho veža. V tom momente vyrazil na svojom Magimobile priamou cestou varovať univerzitu, rýchlosťou 20 kilometrov za hodinu. Bohužiaľ, Niečo-Zlé sa valí k univerzite rýchlosťou 30 kilometrov za hodinu, tiež priamou cestou, a tak tam dorazilo o 20 minút skôr ako Paľosen, ktorý univerzitu nestihol varovať. Ako ďaleko je obranná veža od univerzity?

Medzitým už vibrácie stihli veľmi zosilnieť (tak, že si to všimol aj Viktoragor) a nielen oni, ale celá univerzita vybehla z tried a začala panikáriť. K univerzite sa rútilo Niečo-Zlé a všetci bežali do evakuačných chodieb.

**Príklad č. 6:** Pod univerzitou sa nachádza 5 evakuačných chodieb, ktoré si môžeme predstaviť ako priamky v rovine. Tie prechádzali bodmi. Jedna chodba prechádzala práve cez 2 body, jedna cez 3, jedna cez 4, jedna cez 5 a jedna cez 6. Koľko najmenej bodov potrebujeme na to, aby takých 5 chodieb mohlo existovať?

Vtom, tesne pred nárazom, Niečo-Zlé spomalilo. Štyria mágodejníci sa zastavili. Nemohli nechať univerzitu zničiť! Bola moc nádherná. Niečo-Zlé pristálo cez strechu a otriaslo celou univerzitou. Mágodejníci pribehli k miestu dopadu. Vstúpili do veľkej miestnosti a ostali vystrašene stáť na mieste, pretože to bolo naozaj nečakané!

—————OBJAVIL SA NEPRIATEĽ!!!—————

Na univerzitu priletel HVIEZDNY GOLEM!

Wh: Aaagh?!

Vr: Počkajte, mám nápad!

Viktoragor použije TÍMOVÉ ZAKLÍNADLO!

Vr: Vie niekto z vás použiť PEKELNÉ PAPRSKY? Musíme byť dvaja.

Rd: Ja hej! No nemyslel som, že ich niekedy použijem.

Jz: S týmto zaklínadlom sme na krúžku robili pokusy! Ak ho chcete použiť, viem vám s tým pomôcť.

Viktoragor a Radankos použijú TÍMOVÉ ZAKLÍNADLO PEKELNÉ PAPRSKY!

**Príklad č. 7:** Mágodejníci Viktoragor a Radankos potrebujú zoslať na golema dostatočný počet paprskov na to, aby ho za 20 minút porazili, inak všetko zničí. Každý paprsok po celú dobu útoku golemovi odoberá rovnomernou rýchlosťou život. Našťastie, Jozeralf s paprskami robil pokusy a teda vie, že 35 paprskov zničí golema za 48 minút a 30 paprskov zničí golema za 60 minút. Golem je však špeciálny ešte v jednej veci - postupne sa mu rovnomernou rýchlosťou zvyšuje život. Koľko teda potrebujú mágodejníci paprskov, aby golema zničili presne za 20 minút?

PEKELNÉ PAPRSKY sú super efektívne!

HVIEZDNY GOLEM prišiel o všetok život!

HVIEZDNY GOLEM ide EXPLODOVAŤ!

Rd: Rýchlo! Spravíme štít a ochránime univerzitu!

Jz: Na to ale potrebujeme vyznačiť čo najväčší štvoruholník!

Viktoragor, Whravoš, Radankos a Jozeralf použijú obrannú formáciu ✓NNÝ ŠTÍT!

**Príklad č. 8:** Univerzita má tvar kosodĺžnika, ktorého vrcholy označíme v poradí  $ABCD$ . Whravoš sa postavil do bodu  $A$ , Viktoragor do bodu  $B$ , Jozeralf do stredu úsečky  $BC$  a Radankos presne do stredu medzi Jozeralfom a bod  $D$ . Keď sa všetci rozostavili, použili rýchlo  $\checkmark$ NNÝ štít, ktorý vytvoril medzi Whravošom, Viktoragorom, Jozeralfom a Radankosom ochránený štvoruholník. Zvyšok univerzity bol zničený EXPLÓZIOU. Určte pomer nezničenej a zničenej časti univerzity.

Univerzita bola čiastočne ochránená  $\checkmark$ NNÝM ŠTÍTOM!

HVIEZDNY GOLEM EXPLODOVAL!

HVIEZDNY GOLEM prešiel do DRUHEJ FÁZY!

Wh: Ale nie, a to nám to tak pekne išlo. . .

HVIEZDNE GOLEMIATKA útočia!

Vr: Čo je to za slovo GOLEMIATKA?

Jozeralf použije TÍMOVÉ ZAKLÍNADLO!

Rd: Čo máš v pláne?

Jz: Hej Whravoš! Pamätáš sa, ako vyvolať KOBEREČNATÝCH BOJOVNÍKOV?

Wh: Hej, ale už som to dlho neskúšal!

Rd: Ok, ak myslíte. . .

Jozeralf a Whravoš použijú TÍMOVÉ ZAKLÍNADLO KOBEREČNATÍ BOJOVNÍCI!

**Príklad č. 9:** Golemiatka majú súčet životov 10, pričom počet životov jedného golemiatka je kladné reálne číslo, nie väčšie ako 1. Boj s nimi prebieha tak, že mágodejníci vyvolajú niekoľko koberečnatých bojovníkov, ktorí si rozdelia golemiatka, proti ktorým budú bojovať - to znamená, že každé golemiatko bojuje práve proti jednému koberečnatému bojovníkovi. Ten však vie poraziť iba golemiatka, ktoré majú v súčte najviac tri životy. Koľko najmenej koberečnatých bojovníkov musia vyvolať, aby mali istotu, že si bojovníci vedia rozdeliť golemiatka a všetky ich poraziť?

KOBEREČNATÍ BOJOVNÍCI nie sú veľmi efektívni. . .

HVIEZDNE GOLEMIATKA prišli o všetok život!

HVIEZDNE GOLEMIATKA boli porazené!

MÁGODEJNÍCI postúpili na DVADSIATU TRETÍU úroveň!

————— VÍŤAZSTVO!!! —————

“Výborne! Podarilo sa nám zachrániť univerzitu! Teda skoro...” povzdychol si Viktoragor. “Kde sa ale ten golem vzal?” uvažoval Whravoš. “Pokiaľ viem, nebezpečné príšery nepadajú z neba...”. “Zatiaľ pozbierajme tú úžasnú odmenu, ktorú sme dostali za víťazstvo!” tešil sa Radankos:

**Prémia:** Na zemi leží 100 kusov odmeny, očíslovaných číslami 1 – 100. Sú však začarované a preto ich nemôžeme brať len tak. Najprv vezmeme ľubovoľný jeden kus odmeny. Potom však môžeme zobrať len taký kus odmeny, ktorého číslo je násobkom alebo deliteľom čísla predchádzajúcej odmeny. Nájdite postup, ktorým mágodejníci vezmú čo najviac kusov odmeny.

Mágodejníci pozbierali čo najviac odmeny, keď vtom začuli kroky. Otočili sa a uvideli čarovešticu z konkurenčnej Hviezdnej Univerzity pre Čaroveštice. “Nemajte strach, priatelia. Som čaroveštica Elanóra, a aj našu univerzitu zničil podobný golem, ako tú vašu. Myslím si však, že viem, aká zlá bytosť za týmto stojí. Všetko vám poviem, sadnite si a počúvajte. . .”

**TO BE CONTINUED...**