Vzorové riešenia 1. kola zimnej série 2018/2019

Príklad č. 1 (opravoval Miro):

Zadanie: Každý drahý kamienok má inú hmotnosť. Hmotnosti sú: 3500g, 3800g, 3900g, 4200g, 4300g, 4700g. Viktoragor ich chvíľu porovnával a zistil nasledovné fakty:

1. Diamant je ľahší ako ametyst, ale ťažší ako emerald.
2. Beryl je ľahší ako ametyst.
3. Citrín je ťažší ako fluorit, ale ľahší ako beryl.
4. Diamant je jeden z dvoch najťažších.
5. Citrín je ťažší ako emerald.
6. Fluorit nie je najťažší.

Koľko vážia jednotlivé drahé kamienky? Nájdite všetky možnosti.

Riešenie: Z faktov v zadaní vieme zistiť, že:

- Diamant je podľa 4. faktu jeden z dvoch najťažších a podľa 1. faktu je ľahší ako ametyst, teda Ametyst je najťažší a Diamant druhý najťažší, teda Ametyst má 4700g a Diamant má 4300g.
- Citrín je podľa 3. faktu ľahší ako Beryl a ťažší ako Fluorit a podľa 5. faktu ťažší ako Emerald. Z toho vyplýva, že Beryl je tretí najťažší a Citrín je štvrtý najťažší, teda Citrín má 3900g, Beryl má 4200g.
- O Fluorite a Emeralde zo zadania vieme, iba to že sú ľahšie ako Citrín, teda sú najľahšie kamienky, ale nevieme ktorý z týchto dvoch je lahší. Takže máme dve možnosti:
  1. Emerald má 3500g, Fluorit má 3800g
  2. Emerald má 3800g, Fluorit má 3500g

Odpoveď: Jednotlivé drahé kamienky môžu vážiť:

- Ametyst váži 4700g
- Beryl váži 4200g
- Citrín váži 3900g
- Diamant váži 4300g
- Emerald váži 3500g alebo 3800g
- Fluorit váži 3800g alebo 3500g

Komentár: Skoro všetci ste to mali správne, čo nás potešilo.

Príklad č. 2 (opravovali Paťa, Gabika Š.):

Zadanie: Na vytvorenie prenosnej diery sa používajú tri rôzne druhy tehál. Sú to tehly z jadier hviezd Aldebaran, Betelgeuse a Chara. Prvá stojí 3.50 magických peňazí, druhá 1 magický peniaz a tretia 0.85 magických peňazí. Po tom, čo Radankos do kotla nahádzal 100 tehličiek, zistil, že ho stáli celkovo presne 100 magických peňazí. Koľko ktorých tehál použil, ak vieme, že každý druh použil aspoň raz?

Riešenie: Na začiatok si uvedomíme, že ak kupujeme 100 tehál za 100 peňazí, tak jedna tehla by mala v priemere stáť 1 peniaz. Bohužiaľ, každú tehlu musíme použiť aspoň raz, teda možnosť, že kúpime 100 kusov tehly za 1 je nesprávna. To znamená, že sme kúpili aspoň jednu tehlu za $3,50$ a jednu za $0,85$.

$0,85 = \frac{17}{20} = 1 - \frac{3}{20}$ a $3,5 = 1 + \frac{50}{20}$ Čo sa týka rátania priemernej ceny, tak tú zrátame tak, že ak počet tehál za $0,85$ je X a za $3,5$ je Y, tak priemer je:

$$\frac{X \cdot (1 - \frac{3}{20}) + Y \cdot (1 + \frac{50}{20})}{X + Y} = 1 + \frac{\frac{50}{20} - \frac{3}{20}}{X + Y}$$

všimneme si, že člen $\frac{Y \cdot \frac{50}{20} - X \cdot \frac{3}{20}}{X+Y}$ musí mať hodnotu 0 aby sme mali celkový priemer 1, teda $Y \frac{50}{20} = X \frac{3}{20}$, z čoho máme, že $\frac{50}{3} = \frac{X}{Y}$ Toto je zlomok v základnom tvare, teda najmenšie riešenie pre X, Y je 50 a 3. Ďalšie riešenia už neexistujú, pretože najmenej musíme zlomok rozšíriť 2, potom by však $X = 100, Y = 6$, čo je už viac ako 100 tehál. Zvyšné tehly doplníme tehlami s cenou 1. Dostávame teda výsledok:

Odpoveď: Použili sme 3 tehly s cenou $3,50$, 50 tehál s cenou $0,85$ a 47 tehál s cenou 1 magický peniaz.
Komentár: Veľa z vás šlo na tento príklad tým, že skúšali možnosti. Takýto spôsob vie byť samozrejme správny a môžete zaň dostať plný počet bodov. Musíte však napísať do riešenia všetky možnosti, prečo ste skúšali práve tie možnosti a hlavne, prečo úloha už viac možností nemá.

Príklad č. 3 (opravoval Paľo):

Zadanie: Whravošovou úlohou bolo, aby profesorovi Mišomeovi povedal, aké si myslí číslo. Keďže sa ale na túto skúšku nepripravoval, zistil iba čiastkové informácie: Ak profesorove číslo vynásobíme tromi, dostaneme trojciferné číslo. Z neho vieme poprehadzovaním cifier dostať práve tri iné trojciferné čísla. Whravoš síce nevie zistiť, aké číslo si profesor myslí, ale vie dokázať, že to nie je násobok čísla 11. Dokážeš to aj ty? Ako?
Riešenie: Sústreďme sa na trojciferné čísla a premenu poradia ich cifier:

1. Ak trojciferné číslo neobsahuje cifru nula a má tri rozličné cifry ABC, premenou poradia cifier dostaneme zrejme 5 iných čísel: ACB, BAC, BCA, CAB, CBA.
2. Ak trojciferné číslo neobsahuje cifru nula a má dve rozličné cifry ABB, premenou poradia cifier dostaneme zrejme 2 iné čísla: BAB, BBA.
3. Ak trojciferné číslo neobsahuje cifru nula a má samé rovnaké cifry AAA, nedostaneme premenou poradia cifier žiadne nové číslo.
4. Ak trojciferné číslo obsahuje nejaké nuly, tak obsahuje najviac dve nuly. Ak trojciferné číslo obsahuje práve dve nuly, tak má tvar $A00$ a premenou poradia jeho cifier nedostaneme už trojciferné čísla.
5. Ak trojciferné číslo obsahuje práve jednu nulu a inak dve rovnaké nenulové cifry $AA0$, tak premenou poradia jeho cifier dostaneme jedno iné trojciferné číslo: $A0A$.
6. Ak trojciferné číslo obsahuje práve jednu nulu a inak dve rôzne nenulové cifry $AB0$, tak premenou poradia jeho cifier dostaneme práve tri iné čísla: $A0B, BA0, B0A$.

Preto podľa zadania iba trojciferné čísla s ciframi $A, B, 0$ prichádzajú do úvahy ako trojnásobok profesorovho čísla. Ak by profesorovo číslo bolo deliteľné jedenástimi, bol by aj jeho trojnásobok deliteľný jedenástimi.

Trojnásobok profesorovho čísla je potom deliteľný číslom 33. Vypíšeme si všetky trojciferné násobky čísla 33: 132, 165, 198, 231, 264, 297, 330, 363, 396, 429, 462, 495, 528, 561, 594, 627, 660, 693, 726, 759, 792, 825, 858, 891, 924, 957, 990

Vidíme, že v tomto zozname nie je žiadne číslo s ciframi $A, B, 0$.
Odpoveď: Preto Whravoš správne dokázal, že profesorove číslo nie je deliteľné jedenástimi.
Komentár: Vaše riešenia boli dvoch základných typov: Jedni z vás (väčšina) si správne všimli, že v zadaní ide o tri INÉ čísla a preto vedeli, že majú hľadať celkovo štyri čísla, druhí z vás (menšina) sa domnievali, že sa celkovo jedná o tri čísla.
Bodovanie: Druhá skupina mala zľahčenú úlohu v tom, že rýchlo našli protipríklad: pri číslach typu ABB je číslo 363 aj 858 deliteľné tridsiatimitromi. Títo študenti dostávali maximálne 5 bodov. V prvej skupine (s maximom 10 bodov) som dával celkovo 5 bodov za časť s nájdením typu $AB0$ a s odôvodnením, že sa jedná o jediný vhodný typ a druhých 5 bodov za odôvodnenie, že trojciferné čísla deliteľné tridsiatimitromi nikdy nie sú typu $AB0$.

Príklad č. 4 (opravovali Paľo, Teri, Hanka):

Zadanie: Nájdite všetky štvorciferné prvočísla, pre ktoré platí:

1. Žiadne dve jeho cifry nie sú rovnaké.
2. Pre prvé aj posledné dve cifry platí, že ich súčet je 10, a spolu tvoria dvojciferné prvočíslo.
3. Posledná aj predposledná cifra sú prvočísla.

Riešenie:

- Na začiatok sa pozrime na posledné dve cifry.
- Vieme, že obidve sú prvočíslami.
- Jednociferné prvočísla sú 2, 3, 5 a 7.
- Zároveň vieme, že súčet posledných dvoch cifier je 10.
- Tento súčet vieme dosiahnuť iba kombináciou 5 a 5 alebo 3 a 7.

- Avšak všetky cifry v našom štvorcifernom prvočísle sú rôzne a preto možnosť 5 a 5 nevyhovuje.
- Zostáva nám iba možnosť, že posledné dve cifry budú 3 a 7.
- Taktiež vieme, že posledné dve cifry tvoria dvojciferné prvočíslo ale to v tomto prípade nebude problém, lebo aj číslo 37 aj číslo 73 sú prvočíslami.
- Poďme sa teraz pozrieť na prvé dve cifry tohto čísla.
- Vieme, že ich súčet je 10 a že tvoria dvojciferné prvočíslo.
- Všetky možnosti pre súčet 10 sú 1 a 9, 2 a 8, 3 a 7, 4 a 6, 5 a 5.
- Možnosť cifier 3 a 7 môžeme vylúčiť, lebo vieme, že všetky cifry štvorciferného prvočísla sú rôzne a my už vieme, že cifry 3 a 7 sú na mieste posledných dvoch cifier.
- Možnosti 2 a 8, 4 a 6, 5 a 5 môžeme tiež vylúčiť, pretože čísla 28, 82, 46, 64 a 55 nie sú prvočísla.
- Zostáva nám možnosť 1 a 9. Z týchto dvoch cifier vieme vytvoriť len jediné prvočíslo a to 19, lebo číslo 91 nie je prvočíslo.
- Teraz vieme, že prvé dve cifry sú 19 a druhé dve cifry sú buď 37 alebo 73.
- Z toho vieme vytvoriť len dve čísla a to 1937 a 1973.
- Avšak číslo 1937 nie je prvočíslo (je násobkom 13 a 149).
- Číslo 1973 je prvočíslo a preto je to riešenie nášho príkladu.

Odpoveď: Štvorciferné prvočíslo, ktoré spĺňa všetky podmienky zo zadania je len jedno a to číslo 1973.
Komentár: Veľa z vás riešilo príklad správne, ale nakoniec si niektorí z vás zabudli overiť, či je číslo 1937 prvočíslo alebo počítali s číslom 91 ako s prvočíslom, čím sa dopracovali k viacerým riešeniam.

Príklad č. 5 (opravovali Paľo, Miňo, Oliver):

Zadanie: Niečo-Zlé sa približuje k univerzite. Strážnik Paľosen vo svojej veži sa nachádza niekde medzi Niečim-Zlým a univerzitou. Keď si všimol Niečo-Zlé, vypočítal, že o 15 minút bude už len o 5 kilometrov ďalej od univerzity ako jeho veža. V tom momente vyrazil na svojom Magimobile priamou cestou varovať univerzitu, rýchlosťou 20 kilometrov za hodinu. Bohužiaľ, Niečo-Zlé sa valí k univerzite rýchlosťou 30 kilometrov za hodinu, tiež priamou cestou, a tak tam dorazilo o 20 minút skôr ako Paľosen, ktorý univerzitu nestihol varovať. Ako ďaleko je obranná veža od univerzity?
Riešenie: Ako zadanie hovorí, Niečo-Zlé bude o 15 minút vzdialené od veže 5 kilometrov. Keďže sa Niečo-Zlé pohybuje rýchlosťou 30 kilometrov za hodinu, tak za tých 15 minút prejde Niečo-Zlé $7,5$ kilometrov. To znamená, že v momente, keď Paľosen zbadal Niečo-Zlé, bolo Niečo-Zlé vzdialené $7,5 + 5 = 12,5$ kilometrov od strážnej veže.

Všimnime si, že rýchlosť Paľosena na svojom Magimobile predstavuje $\frac{2}{3}$ rýchlosti Niečo-zlého. To zároveň znamená, že pomer vzdialeností, ktoré prejde Paľosen a Niečo-Zlé je v pomere $2 : 3$, ak by sa ani Niečo-Zlé nezastavilo. Povedzme, že by sa Niečo-Zlé nezastavilo na univerzite, ale pokračovalo by v pohybe, až kým by sa Paľosen nedostal na univerzitu. Paľosen prišiel na univerzitu o 20 minút neskôr. Za tento čas, ktorý je tretinou hodiny, by Niečo-Zlé prešlo $30 \cdot \frac{1}{3} = 10$ kilometrov. Niečo-Zlé teda prešlo na začiatku $12,5$ kilometrov navyše a potom ešte ďalších 10 kilometrov, kým Paľosen dorazil na univerzitu, čo je dokopy $12,5 + 10 = 22,5$ kilometrov navyše. Pomer vzdialeností, ktoré prejde Paľosen a Niečo-Zlé je $2 : 3$, ak by sa ani Niečo-Zlé nezastavilo a teda tých $22,5$ kilometra zodpovedá $\frac{1}{2}$ vzdialenosti, ktorú prešiel Paľosen.

Vzdialenosť medzi vežou a univerzitou je teda $2 \cdot 22,5 = 45$ kilometrov.

Odpoveď: Obranná veža je vzdialená od univerzity 45 kilometrov.
Komentár: Väčšina z vás tento príklad zvládlo na plný počet bodov. A veľa z vás používalo rovnice, takže sme vám sem pripravili riešenie bez rovníc. Body ste strácali väčšinou vtedy, keď ste nenapísali dôvod, prečo je 45 kilometrov tá správna vzdialenosť a iba ste overili, že pri tejto vzdialenosti je zadanie splnené.

Príklad č. 6 (opravoval Mišo):

Zadanie: Pod univerzitou sa nachádza 5 evakuačných chodieb, ktoré si môžeme predstaviť ako priamky v rovine. Tie prechádzali bodmi. Jedna chodba prechádzala práve cez 2 body, jedna cez 3, jedna cez 4, jedna cez 5 a jedna cez 6. Koľko najmenej bodov potrebujeme na to, aby takých 5 chodieb mohlo existovať?
Riešenie: Na začiatok je dôležité uvedomiť si, že ľubovoľná dvojica priamok môže mať spoločný nanajvýš 1 bod. Keď budú mať dve priamky tento spoločný bod, bude pre ne potrebných menej bodov, ako keď by

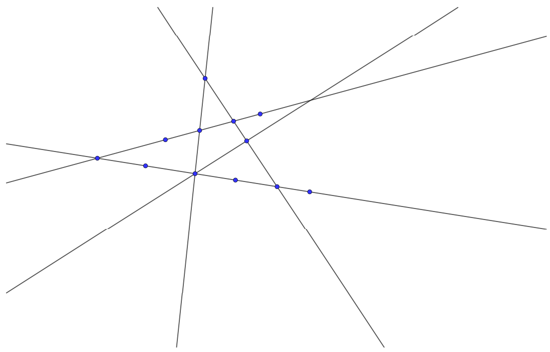
mala každá z nich 1 vlastný.

Prejdime teraz už k počtu bodov. Je jasné, že menej ako 6 ich nemôže byť, inak by neexistovala chodba vedúca cez 6 bodov. Zároveň ani toľko ich nestačí, lebo sú aj ďalšie chodby a tie môžu mať každá len 1 bod spoločný s chodbou, vedúcou cez 6 bodov. Napríklad chodba prechádzajúca cez 5 bodov potrebuje mať aspoň 4 body rôzne od tých na 6-bodovej.

Teraz sme na 10 bodoch, ktoré sú nutnou podmienkou pre dve chodby s najvyšším počtom bodov. Zvyšné chodby môžu mať s každou spoločný 1 bod a zvyšné musia byť mimo tejto skupiny 10 bodov. Najviac je to pre chodbu so 4 bodmi $4-2=2$ ďalšie body. Vieme teda, že tri chodby s najvyšším počtom bodov istotne majú na sebe aspoň 12 bodov dokopy.

Zvyšné chodby prechádzajú cez najviac 3 body. To znamená, že môžu prejsť len cez body, ktoré sú na vyššie spomínaných chodbách. S každou z nich budú mať najviac 1 bod spoločný.

Takže vieme, že treba aspoň 12 bodov, treba ešte overiť, či naozaj môže existovať takáto skupina chodieb s 12 bodmi. Najjednoduchšie je nájsť nejaké rozostavenie bodov a chodieb.(Obr. 1)



Obr. 1: Možné rozostavenie

Odpoveď: Aby mohlo existovať 5 chodieb zo zadania, potrebujeme najmenej 12 bodov.
Komentár: Väčšina z vás si poradila s príkladom vcelku pekne. Stávalo sa však, že ste časti riešenia zobrali až príliš samozrejme a nenapísali ste ich do riešenia, kvôli čomu ste prichádzali o body.

Príklad č. 7 (opravovali Pajty, Kubo, Katka):

Zadanie: Mágodejníci Viktoragor a Radankos potrebujú zoslať na golema dostatočný počet paprskov na to, aby ho za 20 minút porazili, inak všetko zničí. Každý paprsok po celú dobu útoku golemovi odoberá rovnomernou rýchlosťou život. Našťastie, Jozeralf s paprskami robil pokusy a teda vie, že 35 paprskov zničí golema za 48 minút a 30 paprskov zničí golema za 60 minút. Golem je však špeciálny ešte v jednej veci - postupne sa mu rovnomernou rýchlosťou zvyšuje život. Koľko teda potrebujú mágodejníci paprskov, aby golema zničili presne za 20 minút?
Riešenie: Príklad sa dal riešiť viacerými spôsobmi, my sme si vybrali ten,, ktorý je podľa nás najjednoduchší. Najprv sme si podľa zadania vyjadrili, koľko života by ubralo golemovi:

1. 35 paprskov za 48 minút - $35 \cdot 48 = 1680$ ubratého života golemovi
2. 30 paprskov za 60 minút - $30 \cdot 60 = 1800$ ubratého života golemovi

Potom vieme povedať, že za 12 minút (rozdiel časov, kedy bolo golemovi odoberaný život 35 paprskami a 30 paprskami, $60-48=12$) sa golemovi muselo doplniť 120 životov (rozdiel v počte životov ubratých golemovi potrebných na jeho smrť pri 35 paprskoch a 30 paprskoch, $1800-1680=120$). Kedže vieme, že sa golemovi doplnilo za 12 minút 120 životov a životy sa golemovi, podľa zadania, dopĺňujú rovnomernou rýchlosťou, tak si vieme vyjadriť, koľko životov sa golemovi pridalo za 1 minútu - 12 minút rovná sa 120 doplnených životov: 1 minúta $=$ 10 doplnených životov.

Keď vieme, koľko životov sa golemovi doplní za jednu minútu, tak vieme zistiť koľko životov mal predtým, než boli na neho zoslané paprsky, tzv. v 0. minúte. Vieme, že na golemovu smrť pri 35 útočiacich paprskoch po dobu 48 minút, je potrebných 1680 životov golema. Vieme aj, že sa mu po dobu 48 minút rovnomerne dopĺňal život. Keď sa mu za 1 minútu doplní 10 životov, tak za 48 minút sa mu doplní $48 \cdot 10 = 480$ životov. Čiže v 0. minúte musel mať golem 1200 životov (počet celkových ubraných životov potrebných na jeho zničenie mínus počet doplených životov, $1680 - 480 = 1200$). Počet jeho životov v 0. minúte si viem overiť aj pri 2. prípade (30 paprskov za 60 minút) - celkový počet životov golema v 60 minúte mínus doplnené životy za 60 minút: $1800 - 60 \cdot 10 = 1800 - 600 = 1200$.

Následne sme si mohli vypočítať, koľko životov potrebujeme golemovi odobrať za 20 minút na to, aby sme ho zabili. To sa rovná jeho začiatočnému počtu životov plus počtu doplnených životov za 20 minút: $1200 + 20 \cdot 10 = 1200 + 200 = 1400$. Golemovi teda potrebujeme odobrať za 20 minút 1400 životov na to, aby sme ho zničili. Potom môžeme tento počet životov, potrebných na zabitie golema za 20 minút, vydeliť počtom minút, počas ktorých mu budú paprsky uberať život. Dostaneme počet paprskov, ktoré mágodejníci potrebujú na zničenie golema práve za 20 minút: $1400/20 = 70$.

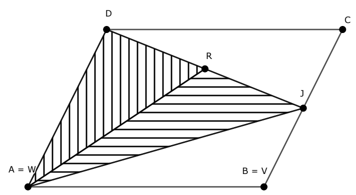
Odpoveď: Na zničenie golema za 20 minút potrebujú mágodejníci 70 paprskov.

Komentár: Veľa z vás vyriešilo príklad správne, ale niektorí z vás to riešili zbytočne náročne a potom ste nevysvetlili úplne čo ste robili, ako ste upravovali rovnice, prečo ste dosadili do rovnice práve dané čisla atď., niektorí ste zabudli na to, že golemovi sa aj pridávajú životy a rátali to cez priamu úmernosť.

Príklad č. 8 (opravoval KuboP):

Zadanie: Univerzita má tvar kosodĺžnika, ktorého vrcholy označíme v poradí $ABCD$. Whravoš sa postavil do bodu A, Viktoragor do bodu B, Jozeralf do stredu úsečky BC a Radankos presne do stredu medzi Jozeralfa a bod D. Keď sa všetci rozostavili, použili rýchlo ✓NNÝ štít, ktorý vytvoril medzi Whravošom, Viktoragorom, Jozeralfom a Radankosom ochránený štvoruholník. Zvyšok univerzity bol zničený EXPLÓZIOU. Určte pomer nezničenej a zničenej časti univerzity.

Riešenie:



Obr. 2: Kosodĺžnik $ABCD$

Začneme s pomerne jednoduchými tvrdeniami, ktoré však majú veľký dopad: Obsah trojuholníka počítame ako $a \cdot v_a$, kde a je strana trojuholníka a v_a je výška na túto stranu. To znamená že každé dva trojuholníky, ktoré majú rovnakú stranu a výšku na túto stranu majú rovnaký obsah. Vzdialenosť dvoch rovnobežiek zistíme tak, že nájdeme kolmicu na obe rovnobežky a ako vzdialenosť rovnobežiek vezmeme vzdialenosť prienikov kolmice a rovnobežiek. Alternatívne sa to dá predstaviť ako dĺžka úsečky, ktorá vznikla ohraničením kolmice rovnobežkami.

Body premenujeme podľa prvého písmena toho, kto v nich stojí. Dokreslíme si úsečku WJ a pozrieme sa na obsahy trojuholníkov WJR a WRD. Keďže R leží v strede JD, tak $JR = RD$ a majú spoločný bod W, teda rovnakú výšku na strany JD, RD. Z toho majú trojuholníky WJR a WRD rovnaký obsah.

Podobne trojuholníky VJW a JCD majú rovnaký obsah, lebo $VJ = JC$ a majú rovnakú výšku na tieto strany. Prečo? No lebo tieto výšky sú vzdialenosť rovnobežiek WD a VC, pričom keďže sú to rovnobežky, tak táto vzdialenosť sa nemení.

Odpoveď: Podarilo sa nám ukázať, že obsah zničenej a nezničenej plochy je rovnaký, teda pomer je 1 : 1

Komentár: Skoro všetci ste si s príkladom poradili. Jediné s čím ste mali zväčša problém bolo vyjadriť to čo chcete povedať. Veľa z vás si svoje postupy skomplikovalo, že rátali obsahy alebo dĺžky, ktoré ani nepotrebovali.

Príklad č. 9 (opravovali MaťoU, Elusq):

Zadanie: Golemiatka majú súčet životov 10, pričom počet životov jedného golemiatka je kladné reálne číslo, nie väčšie ako 1. Boj s nimi prebieha tak, že mágodejníci vyvolajú niekoľko koberečnatých bojovníkov, ktorí si rozdelia golemiatka, proti ktorým budú bojovať - to znamená, že každé golemiatko bojuje práve proti jednému koberečnatému bojovníkovi. Ten však vie poraziť iba golemiatka, ktoré majú v súčte najviac tri životy. Koľko najmenej koberečnatých bojovníkov musia vyvolať, aby mali istotu, že si bojovníci vedia rozdeliť golemiatka a všetky ich poraziť?

Riešenie: V takýchto príkladoch, kde treba povedať koľko najmenej (alebo najviac alebo niečo podobné) niečoho treba má rišenie zvyčajne 2 časti.

1. Treba nájsť prípad kde nestačí menej ako 5 bojovníkov.
2. Treba ukázať, že pre každý prípad nám stačí 5 bojovníkov.

Prípad kde nestačí menej ako 5 bojovníkov je napríklad taký, kde má každé golemiatko $\frac{10}{13}$ životov. V tomto prípade vie každý bojovník zabiť najviac 3 golemiatka lebo súčet životov štyroch je $4 \cdot \frac{10}{13} \doteq 3.077$ a teda viac ako 3. Ak teda keď budeme mať 4 bojovníkov a každý zabije 3 golemiatka stále zostane jedno živé. Preto potrebujeme aspoň 5 bojovníkov.

To, že vždy stačí 5 bojovníkov dokážeme sporom. Majme nejako priradené golemiatak bojovníkom pričom ešte nejaké golemiatka zostávajú. Budeme predpokladať, že žiaden bojovník si nemôže zobrať žiadne zo zvyšných golemiatok lebo by prekročil limit 3 životov. Keďže súčet životv je 10 a bojovníkov je 5, musí existovať nejaký bojovník, ktorý má súčet životov najviac 2. Keďže ale každé golemiatko má najviac 1 život môžem mu jedno golemiatko pridať a stále bude mať najviac 3 životy. A to je spor s tým, že na začiatku sme povedali, že nikomu nevieme pridať golemiatko.

Odpoveď: Potrebujeme najmenej 5 bojovníkov.

Prémia (opravovali Sára, Danko, Havoš, Viktor):

Zadanie: Na zemi leží 100 kusov odmeny, očíslovaných číslami $1 - 100$. Sú však začarované a preto ich nemôžeme brať len tak. Najprv vezmeme ľubovoľný jeden kus odmeny. Potom však môžeme zobrať len taký kus odmeny, ktorého číslo je násobkom alebo deliteľom čísla predchádzajúcej odmeny. Nájdite postup, ktorým mágodejníci vezmú čo najviac kusov odmeny.

Riešenie: Najdlhšia postupnosť ktorá sa dala dosiahnuť mala 77 čísel, a mohla vyzerať napríklad takto: 62, 31, 93, 1, 87, 29, 58, 2, 46, 92, 23, 69, 3, 57, 19, 38, 76, 4, 68, 34, 17, 85, 5, 65, 13, 52, 26, 78, 6, 36, 18, 54, 27, 81, 9, 63, 21, 42, 84, 28, 56, 14, 98, 49, 7, 35, 70, 10, 40, 80, 20, 100, 50, 25, 75, 15, 45, 90, 30, 60, 12, 72, 24, 48, 16, 96, 32, 64, 8, 88, 44, 22, 66, 33, 99, 11, 55

Komentár: Najlepšie riešenie, ktoré ste našli malo dĺžku 71, čo už nie je až tak ďaleko od najlepšieho možného riešenia. Zároveň sa dá dokázať, že 77 je maximálna dosiahnuteľná dĺžka. Zvládnete to aj vy?

Bodovanie: Za bezchybné riešenia s dĺžkou nad 20 ste získali 2 body, nad 30 3 body, nad 40 4, za dĺžku 60 a viac bolo 5 bodov, a dvaja najlepší riešitelia dostali 6 a 7 bodov. Body sme nestrhávali ani za drobné chyby, ktoré pravdepodobne vznikli ako preklep.