

Zadania 2. kola zimnej série 2015/2016

Termín: 02.11.2015

Naša adresa: Riešky, Mgr. Viera Babišová, Gymnázium Grösslingová, Grösslingová 18, 811 09 Bratislava 1

Elektronické riešenia: <http://riesky.sk/>

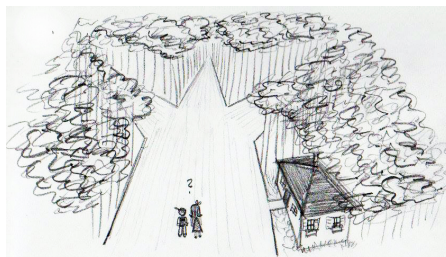
Janka sa snažila vymyslieť nejakú zaujímavú hru, v ktorej by bola lepšia než Miško. Nemuselo to nutne znamenať oveľa lepšia, stačilo len o malý, malinkatý kúsok, dokonca tam nemusela mať ani o celé číslo lepšie skóre, len aby pre zmenu vyhrala ona. Našťastie si spomenula na hádanku, ktorú jej nedávno dala kamarátka Tete.

Príklad č. 2: Bolo raz jedno číslo A (nemusí byť celé). Malo kamaráta B , čo bolo najväčšie možné celé číslo menšie ako A . Tete sa rozhodla, že A vynásobí štyrmi a pripočíta k tomu B . Takto dostala výsledok 27. Akú hodnotu môže mať B ?

Miško úlohu nevyriešil a Janka mu ochotne vysvetlila správny postup. „Tak,“ seabavedomo sa usmiala, „a keďže si moju hádanku nevyriešil, teraz ja rozhodnem, čo budeme robiť!“ Miško len pokrčil ramenami a čakal, čo jeho sestra vymyslí. Tá sa zatiaľ obzerala naokolo. Lámač s Aničkou niekam zmizli. Prehrabala sa taškou, či tam náhodou nenájde nejaké peniaze. Miesto toho vytiahla pozvánku na baobabové hody. „Na baobabových hodoch v čarovnom svete v skrini som ešte nebola. Mali by sme zažiť všetko, čo sa len dá.“ Rozhodla sa Janka a vybrala sa von z mesta, smerom k horám. Cestou sa rozprávali o svojich obľúbených čarovných svetoch. „Najradšej mám Harryho Pottera.“ povedal rezolútne Miško. „Odtiaľ je znak Darov smrti. Počkaj, nakreslím ti ho.“

Príklad č. 7: Máme trojuholník ABC . V bode C začína polpriamka p , ktorá rozdeľuje ABC na dva trojuholníky s rovnakými obsahmi. Bodom B prechádza priamka q rovnobežná s p . Na p zvolíme bod D . Bod na q najbližšie k D pomenujeme E . Zostrojíme pravidelný 6-uholník $EFGHIJ$ so stredom v D . Priesečník priamok idúcich cez FG a AH označme K . Aký je pomer vzdialeností GK a FG ?

Do hlíny sa ale nekreslilo veľmi dobre a obrázok bol celý kotrbatý. Počkať, nešli práve teraz po hradskej? Deti sa obzreli okolo seba a až teraz si uvedomili, že sa pri svojom zaničení pre knižky beznádejne stratili. „Určite je to tadiaľ,“ ukázal Miško smerom do lesa. Keď už tretíkrát prešli okolo starého dubu, Miško uznal, že chodia v bludných kruhoch, alebo skôr guliach?



Príklad č. 9: Máme päť rovnakých gulí. Postavíme z nich stavbu tak, že na zem položíme štyri gule do štvorca, tak aby sa dotýkali. Piatu guľu položíme hore na štyri predchádzajúce. Ako vysoká bude naša stavba, ak polomer každej gule je 5?

Deti začali premýšľať a trochu stíchli, počuli zvuky lesa. A nielen lesa, ale aj vzdialené hlasy. Hlasy znamenali ľudí – ľudí, ktorí im mohli pomôcť. Šli za zvukom a z lesa vystúpila chalupčička, sama, sama, samučičká. Vedľa nej bolo rázcestie, na ktorom sa stretávali tri cesty. Deti zaklopali na okienko a spýtali sa: „Prepáčte, nepoznáme to tu. Kadiaľ vedie cesta do Baobabového mesta?“ Žena im otvorila dvere a pozvala ich dnu na čaj. Vnútri bola celá rodina.

Príklad č. 4: Z rázcestia vedú tri cesty a len jedna z nich je správna. Oslovení boli piati ľudia: Adam, Bendži, Cecília, Dada a Eva. Každý buď vždy hovorí pravdu alebo vždy klame. Každý vie, ktorá cesta je tá správna. Toto povedali: A : Cesta 1 je správna. B : Obidva tieto výroky sú pravdivé: A je klamár. Cesta 2 nie je správna. C : Presne jeden z dvojice A a D hovorí pravdu. D : Cesta 2 je správna. E : Ak by si vedel, či je C klamár alebo pravdovravný, poznali by ste správnu cestu.

Viem, že E hovorí pravdu. Viem zistiť s určitosťou, ktorá cesta je správna?

Janka a Miško z toho boli úplne zmätení a chceli čím skôr odísť od tej zvláštnej rodiny. Poďakovali sa za čaj a išli kade ľahšie – teda dole kopcom. Mali šťastie, lebo sa do Baobabového mesta nakoniec dostali. Na pozvánke stálo, že majordómus si vyhradzuje právo vybrať hostí, ktorí sa hostiny môžu zúčastniť. Pozývajúcim však bol akýsi lord. Lord s majordómom bude iste bývať na veľkom hrade. Miško si na vrchu kopca všimol monumentálnu stavbu, ktorá vyhovovala popisu. Tak šli hore kopcom. Na hrade však už bolo množstvo ľudí, ktorí tiež chceli ochutnať miestne delikatesy. „To všetci pôjdu na hostinu?“ opýtala sa Janka upraveného muža s cestovným kufrom. „Ale kdeže. Lord dal majordómovi veľmi špecifické inštrukcie.“



Príklad č. 6: Lord povedal majordómovi: „Zorganizujeme baobabové hody. Pozvi hostí, koľko chceš. Pokiaľ budú štyria, zasad' 2 baobaby. S každým ďalším hosťom zasad' o tri baobaby viac.“

Baobab je taká zvláštna rastlina – každý baobab na poludnie každého dňa urodí ďalší baobab. Zároveň veľmi nenasýti – každý hosť zje jeden celý strom baobabu na každé jedlo, ktoré má pozostávať z baobabov. Baobaby zasadím jednorázovo ráno v deň začiatku hodov (hostia prídu už na raňajky).

Lord chce, aby mohli hody trvať neobmedzene a zároveň aby sa mu počas nich baobaby nepremnožili donekonečna a aj aby mu počas nich vydržali. Každý deň má byť jedno jedlo z baobabov. Koľko hostí má majordóm pozvať, ak to budú vždy raňajky? Koľko ak to bude vždy večera?

Preto chcel majordómus najskôr porozprávať so všetkými ľuďmi, ktorí prešli celú tu cestu až na hrad a potom vybrať pre lorda vhodných hostí, ktorí by boli zábavná a rôznorodá spoločnosť. A veruže sa tu našli najrôznejší ľudia.

Príklad č. 5: Kolegovia Andrew, Betthany, Collin, Diana, Eda, Felix, Gale a Hailey sú zamestnancami istej námorskej firmy, ktorej meno musí pre účely tohto príkladu ostať utajené. Pracujú na troch rôznych oddeleniach: personálne, administratíva a marketing. Na žiadnom z oddelení však nepracujú viac ako traja z nich. V práci sú všetci veľmi vyčerpaní a pod veľkým tlakom, no generálny riaditeľ spoločnosti im za odvedenú prácu umožňuje víkendové pobyty vo firemnom relaxačnom zariadení, kde sa môžu venovať širokej škále oddychových aktivít (žiadny z nich sa však, na počudovanie, nevenuje rovnakej aktivite, ako ktorýkoľvek z jeho kolegov).

O jednotlivých zamestnancoch vieme toto:

1. Diana pracuje v administratíve a nemá rada futbal ani golf.
2. Felix pracuje na personálnom, kde je jeho spolupracovníkom iba Andrew, ktorý sa vyžíva v plávaní.
3. Eda a Hailey nepracujú na rovnakom oddelení, ako Diana.
4. Nieкто hráva basketbal.
5. Collin hráva hokej a nepracuje v marketingu.
6. Gale nepracuje v administratíve a nemá rád golf ani badminton.
7. Jeden z tých, čo pracujú v administratíve, má rád futbal.
8. Ten, kto má rád volejbal, pracuje na personálnom.
9. Nikto z tých, čo pracuje v administratíve, nemá rád badminton ani tenis.
10. Hailey nemá rada golf.

Kto pracuje na ktorom oddelení? Kto sa venuje ktorej oddychovej aktivite?

Miškovi a Janke sa nechcelo čakať, kým na nich príde rad. Na druhú stranu boli unavení a nechcelo sa im ísť ďalej. A tak prokrastinovali.



Príklad č. 1: „Prokrastinujúcou“ dvojicou nazveme dve také rôzne dvojciferné čísla, ktoré spĺňajú toto: Obidve majú rovnakú prvú cifru a ak k menšiemu pripočítame cifru, ktorú má na mieste desiatok, dostaneme druhé číslo z dvojice. Koľko takýchto prokrastinujúcich dvojíc existuje?

„Mňa by veľmi zaujímalo, ako sa taký baobab vlastne je.“ premýšľala nahlas Janka. „Tak sa vplížime do kuchyne!“ navrhol Miško. Janka sprvu nesúhlasila, no nakoniec zvedavosť vyhrala nad opatrnosťou. To ešte nevedeli, že cestou budú musieť prekonať aj nejaké prekážky, lebo v chodbách hradu trénovala skupinka učňov.

Prémia: Majster skladá prekážkovú dráhu pre svojich učňov. Chce, aby si mohli vybrať dve cesty, ktoré budú mať obidve rovnakú obtiažnosť.

Má k dispozícii 6 obyčajných prekážok – po jednej takej, ktorá obtiažnosť zvýši o 1, 2, 3, 4 a 5, jednu, ktorá obtiažnosť zníži o 1. Potom má 4 neobyčajné prekážky – tri také, ktoré zdvojnásobia prídavok alebo úbytok obtiažnosti obyčajnej prekážky, ktorá je najbližšie pred ňou. Jednú má takú, ktorá ho nezdvajnasobí, ale vydělí dvoma. Pred každou neobyčajnou prekážkou musí v trase nasledovať aspoň jedna obyčajná.

Koľko najviac rôznych obtiažností dvojíc trás vie dosiahnuť?

V kuchyni varil kuchár, ktorý bol skutočným majstrom svojho umenia. Baobaby krájal a delil, potom ich miešal a úhl'adné kôpky sa mu len tak znásobovali. Ako to len vyzeralo! Všade samé baobaby a, baobaby b; b,a - b,a,b...



Príklad č. 8: Ktoré sú všetky celočíselné dvojice a, b , ktoré spĺňajú:

$$a^2 + b + 2 = a + b^2$$

Kuchár mal na stole položené kuchárske knihy. Pre lepšiu prehľad boli farebne označené papierikmi. Miško ich spoza rohu poriadne nevidel, ale zdalo sa mu, že už zistil určité pravidlá označenia.

Príklad č. 3: Miško sa rozhodol, že až sa vráti domov, tak si svoje zošity označí farebnými nálepkami. Má 8 zošitov, 28 červených nálepiek a 38 modrých nálepiek. Koľko rôznych kombinácií nálepiek môže vzniknúť na jeho zošitoch, ak platí, že po polepení všetkých nálepiek je na každom jeho zošite iný počet červených, iný počet modrých nálepiek a modrých je na každom viac než červených?

Kým deti premýšľali, kuchár si ich všimol...