

Zadania 3. kola zimnej série 2014/2015

Termín: 24.11.2014

Naša adresa: Riešky, Mgr. Viera Babišová, Gymnázium Grösslingová, Grösslingová 18, 811 09 Bratislava 1

Elektronické riešenia: <http://riesky.sk/>

„To nemyslíš vážne!“ zúfalo povedal Kiko a obzrel sa na otca. Ten sa iba usmial popod fúzy. V kufri bol totižto ďalší kufrík, ktorý bol opäť na heslo.

„Naozaj ste si mysleli, že to bude také jednoduché?“

„Ak mám povedať pravdu, tak áno,“ podotkla Linda a už skúmala kód na kufríku.

Príklad č. 1: Máme päťmiestny kód, ktorý môže obsahovať čísllice 0 až 9. Vieme o ňom nasledovné:

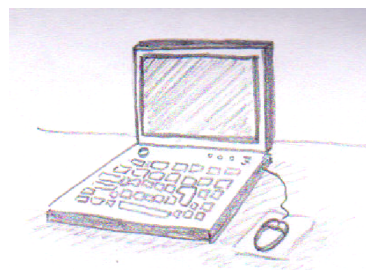
- je palindrómom – odpredu aj odzadu sa číta rovnako
- je deliteľný piatimi
- súčet jeho cifier je 24

Aký môže byť najmenší a najväčší súčin jeho cifier? Nezabudnite zdôvodniť, prečo už súčin nemôže byť menší, prípadne väčší.

„Dúfam, že tentokrát, keď to otvoríme, nenájdeme ďalší kód,“ zasmiala sa Linda a otvorila kufrík. Vnútri bol novučiký notebook. Oba sa po ňom vrhli a hneď ho zapli. Bežiac hore po schodoch pišťali a ďakovali otcovi za darček. Usadili sa na posteli v izbe a zapli ten čarovný stroj. Potichúčku zapriadol a zapol sa. Kiko si hneď otvoril hru, ktorá bola jednou z jeho najobľúbenejších.

Prémia: Máme pred sebou plánik zložený z 8 štvorcíkov – taký, aký je nakreslený na obrázku 1. Na piatich políčkach pod sebou máme položených päť kamienkov postupne očíslovaných zvrchu od 1 do 5. Naším cieľom je za čo najmenej ťahov ich popresúvať tak, aby boli v opačnom poradí, teda zhora 5/4/3/2/1. Jeden ťah je presunutie jedného kamienku na voľné priľahlé políčko (teda posun kamienka o jedno políčko vodorovne alebo zvisle, *nie* diagonálne).

(*Pokyn: Pri tomto príklade stačí napísať, v akom poradí ste posúvali kamienky a ktorým smerom. Tiež treba napísať výsledný počet ťahov.*)



*** Tento príklad je bodovaný inak ako ostatné. Viac informácií nájdeš v pravidlách. ***

„Ale no tááák, pusti aj mňa na chvíľku,“ žobronila Linda.

„No tak dobre, tu máš.“ Podal jej notebook, no z obrazovky stále nespúšťal oči.

„Čo to púšťaš za hru?“ opýtal sa Kiko po chvíli, no ani poriadne nedokončil otázku a hra ich pohltila.

Vítajte vo svete hry Cliffwatch

„Linda? Kde to sme?“

„Ja neviem, ešte nikdy sa mi toto nestalo.“

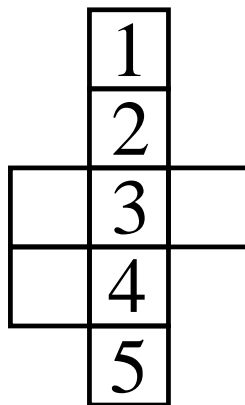
„Chceš mi povedať, že nás vcucol počítač?“

„Vyzerá to tak.“

„Hovoriš to podozrivo pokojne.“

„Vieš, aká je táto hra super? Vždy som sa do nej túžila naozaj prepadnúť.“

„No tak dúfam, že to aspoň bude stáť za to. Ale prečo sme na útese?“



Obr. 1: Plánik

Príklad č. 4: Linda a Kristián stoja čelom od útesu, ktorý je 2 kroky za nimi. 2 kroky pred nimi je medveď, ktorý ich zožerie, pokiaľ sa k nemu dostanú. Zachránia sa len vtedy, ak sa im podarí napísať sériu 12 pohybov, ktoré ich udržia v bezpečí od medveďa aj od okraja útesu. Môžu sa hýbať buď o krok dopredu, alebo o krok dozadu. Napíšte sériu 12 pohybov, ktoré Lindu a Kristiána určite udržia v bezpečí, a pokiaľ taká neexistuje, napíšte dôvod, prečo. Háčik je v tom, že hra sa môže sama náhodne rozhodnúť, či ich nechá robiť celú sériu pohybov, alebo len každý druhý, tretí, štvrtý, piaty, alebo každý šiesty pohyb z ich série.

„Uf, takéto problémy. Hovorila si, že je to úžasné, a teraz nás chcel zožrať medveď.“

„Veď to bolo absolútne bombové! Adrenalín a napätie. Pokojne by som si to zopakovala.“

„Ty si fakt zvláštna. No nič, poďme ďalej.“

„To nebude také jednoduché, najprv si na to musíme zarobiť.“

Príklad č. 7: Linda a Kiko si musia zarobiť na cestu. Majú iba dve mince. Potrebujú ich ale 3000, a nesmú nikomu nič dlžiť. Každý deň môžu urobiť jednu z troch vecí:

1. Obchodovať so ziskom 65% z toho, čo majú.
2. Ísť si do banky požiť od 0 do 1000 mincí, ale budú musieť vrátiť 199.9% pôžičky.
3. Vymeniť u mága svoje peniaze za najmenší spoločný násobok sumy peňazí, čo majú aktuálne, a sumy, čo mali deň predtým – nemôžu to spraviť hneď na začiatku.

Za koľko najmenej dní môžu mať 3000 mincí, aby mohli ísť ďalej? A ako sa k tým peniazom majú dostať?

Poznámka: Dlh môžu banke vrátiť kedykoľvek to uznajú za vhodné. V prípade hľadania najmenšieho spoločného násobku desatinných čísel zaokrúhľujú smerom nadol.

„Kiko, musím uznať, si dobrý podnikateľ. Mal by si si založiť vlastný biznis.“

„Ale netáraj, len som sa chcel pohnúť ďalej.“

„No tak dobre.“

„Kam vlastne ideme?“ spýtal sa Kiko

„Neviem,“ pokrčila plecami Linda, „túto časť mapy ešte nemám prebádanú.“

„Neexistujú nejaké cheaty? Nepáči sa mi to tu, ideme do čierno-čiernej tmy a zrazu sa nám zjavuje zem pod nohami.“

„Existujú, ale neviem, ako by som ich mohla použiť. A okrem toho, podvádzať sa nepatrí, tak si to prosím konečne zapamätaj,“ povedala a ďalej kládla jednu nohu pred druhú.

„Počuj, nech len tak nečinne nekráčame, pomohla by si mi s jednou úlohou?“

Príklad č. 2: Kiko chce vedieť, koľko existuje takých trojciferných čísiel, ktoré sú devätnásťkrát väčšie, ako ich ciferný súčet. Linda si s tým však nevie dať rady, skúste jej preto pomôcť vy.

„Stojte!“ vytrhol ich zo zamyslenia výkrik istého muža.

„Linda? Toto má čo znamenať?“ spýtal sa Kiko.

„To je poslíček s bonusovou úlohou.“

„No dobre, ale čo za tú úlohu dostaneme?“

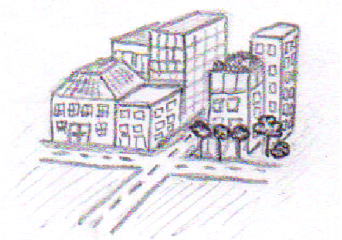
„Dobrý pocit ti nestačí? Ale nie, dostaneme informácie o teréne pred nami, ktorý nevidíme.“

„Tak teda sem s tou úlohou, nech netápame v tme.“

Príklad č. 6: Poslíček si s Lindou chcel zahrať istú hru. Táto hra vyzerala asi takto:

1. Linda si napísala na papier nejaké 6-ciferné číslo. Napríklad 352687
2. Náhodne premiešala cifry a získala nové číslo. Napríklad 762853
3. Odčítala menšie od väčšieho. V tomto prípade: $762853 - 352687 = 410166$
4. Vyškrtla jednu z číslic (no vieme, že určite nevyškrtla žiadnu nulu). Povedzme, že vyškrtla 6.
5. Znova premiešala zostávajúce číslice. Získala napríklad toto: 61401
6. Povedala poslíčkovi číslice v ich terajšom poradí. V tomto prípade by povedala 6, 1, 4, 0 a 1.

Teraz sa poslíček zamyslel a povedal, že Linda vyškrtla 6. Ako to vedel? Dalo sa to určiť vždy?



„Dávajte si pozor, blížite sa do prísne stráženej časti mesta. Všade naokolo sú strážnici a len tí najšikovnejší sa im vyhnú.“

„Koľko ich tam je? A dá sa im vôbec vyhnúť?“

„Určite áno, niektorí sú totiž nováčikovia a ešte celkom nevedia, kde majú stáť, aby mali pod dohľadom celú štvrť.“

„Ďakujeme!“

„Dávajte si však pozor a ak vás uvidia, tak nespanikárte, tvárte sa ako bežní občania.“

„Samozrejme!“ zakričali a vydali sa smerom k mestu.

Príklad č. 3: Po celej štvrti boli dozorcovia. Štvrť bola tvorená siedmimi ulicami smerujúcimi z juhu na sever a siedmimi ulicami smerujúcimi z východu na západ tak, že tvorili štvorcovú mriežku. Každý dozorca je na jednej križovatke a dovidí na celé ulice, na ktorých križovatke stojí. Na jednej križovatke môže byť najviac jeden dozorca, inak by sa pobili. V štvrti boli momentálne piati dozorcovia.

Koľko nestrážených križovatiek (nedovidí na ne dozorca) môže byť v meste? Nakreslite jeden príklad rozmiestnenia dozorcov na každý možný počet nestrážených políček.



„Mám to, tu je štrbinka, rýchlo bežme!“ zvolala Linda.

„Tak teda na tri. Jeden...dva...TRI!“ Deti sa splašene rozbehli cez mesto, no v poslednej uličke sa objavil zblúdilý strážnik. Zajal ich a na obrazovke začal blikať nápis.



„Linda? Sme späť v izbe, alebo sa mi to len zdá?“

„Bohužiaľ, sme späť, hra sa skončila.“

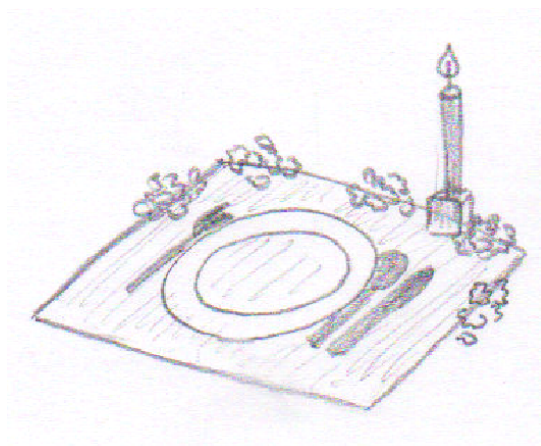
„Musím uznať, bolo to úžasné. Musíme to ešte niekedy vyskúšať.“

„Samozrejme!“

Z myšlienok ich vytrhol nápis na obrazovke, ktorý sa tam zrazu objavil. Akosi nesúvisel s ničím, čo doteraz zažili, no mali tak dobrú náladu, že im to neprekážalo, a hneď ho začali študovať.

Príklad č. 5: Na obrazovke bol takýto nápis: $alfa + beta + gama = delta$

Linde a Kikovi sa podarilo rovnaké písmenká nahradiť rovnakými a rôzne písmenká rôznymi ciframi tak, aby rovnosť platila. Navyše v pravom dolnom rohu obrazovky našli dve poznámky: $l + 1 = t$ a $f + 2 = b$. Rýchlo si všimli, že vtedy sa to dá iba jedným spôsobom. Skúste teda nahradiť písmenká za čísla rovnakým spôsobom ako Linda a Kiko aj vy.



„Defúrence! Nevysedávajúte toľko pri tom počítači a poďte mi pomôcť s prestieraním.“

„Idem!“ zakričala Linda a rozbehla sa, no Kiko ju predbehol. O prestieranie stola bola totižto vždy bitka, pretože po príchode otca zo služobnej cesty býval stôl vždy vyzdobený malými dekoračnými kamienkami a obaja chceli vymyslieť čo najkrajší vzor, ktorý by sa z nich dal poskladať. Tentokrát boli na stole kryštáliky nachystané zvláštnym spôsobom.

Príklad č. 8: Máme 55 kryštálikov rozdelených do niekoľkých kôpok. S kryštálikmi môžeme urobiť nasledovnú operáciu (volajme ju krok): Môžeme zobrať jeden kryštálik z každej kôpky a vytvoriť zo zobraťých novú kôpku. Uvažujme najprv, že všetkých 55 kryštálikov je na začiatku na jednej kôpke. (V prvom kroku teda vezmeme jeden kryštálik z jedinej kôpky s 55 kryštálikmi a spravíme z neho druhú kôpku. Budeme mať teda dve – jednu s 54 a druhú s jedným kryštálikom). Stane sa, že po niekoľkých krokoch sa stav kôpok ďalším krokom nezmení (tj. máme niekoľko kôpok s určitými počtami kryštálikov a po kroku tomu bude rovnako)? Ako bude vyzerat' ustálený stav? Pre aké ďalšie počty kryštálikov v prvej kôpke sa stav tiež ustáli? Začíname vždy s jednou kôpkou.

„Ale no tak, nehádajte sa! Spravte dva vzory a problém máte vyriešený,“ ozval sa otec z obývačky.
„Dobre,“ rezignovala Linda a začala ukladať kamienky do obrázku akejsi ruže.

Príklad č. 9: Linda položila na stôl tri ružové a dva žlté kamienky. Kikovi sa spočiatku zdalo, že ich umiestnila úplne náhodne, no keď sa na ne pozeral dlhšie, uvedomil si niečo veľmi zaujímavé.

Ružové kamienky umiestnila tak, aby ležali na priesečníkoch troch priamok (tieto priamky sa pretínajú v troch bodoch, ktoré tvoria trojuholník). Oba žlté kamienky položila tak, aby mohli byť stredmi takých kružníc, ktoré sa dotýkali každej z týchto priamok v práve jednom bode. Jedna z kružníc by sa však celá nachádzala vnútri trojuholníka, ktorého vrcholmi boli ružové kamienky.

Kika však úplne najviac prekvapilo to, že by dokázal narysovať takú kružnicu, na ktorej by ležali oba žlté a dva ružové kamienky. Keď sa s týmto objavom zdôveril Linde a túto kružnicu zostrojil, aj ona bola veľmi prekvapená – vôbec to totiž nebolo jej zámerom. Mala iba šťastie a takáto kružnica sa dá zostrojiť len pri jednom rozmiestnení kamienkov? Alebo je takýchto možných rozmiestnení viac?

„Ako mám len rada toto sedenie pri sviečkach a čajíku,“ vzdychla si Linda.

„Áno, vždy to má takú úžasnú atmosféru,“ potvrdil Kiko.

„Mám nápad, čo keby sme zavolali kamarátov k nám a spravili si Vianočný čajíček?“