

Zadania 2. kola zimnej série 2014/2015

Termín: 03.11.2014

Naša adresa: Riešky, Mgr. Viera Babišová, Gymnázium Grösslingová, Grösslingová 18, 811 09 Bratislava 1

Elektronické riešenia: <http://riesky.sk/>

Linda sa rozkašľala a snažila sa rukami odohnať prach, ktorý okolo nich ešte stále lietal. Kristián očividne robil to isté, no vyzeral pri tom o dosť komickejšie. Teda aspoň to si Linda myslela, no len čo sa obaja spamätali, Kristián chytil záchvat smiechu, ako ešte nikdy predtým. Linda mala dlhé blond vlasy celé pokrútené a plné sadzí. Podobala sa na nepodarenú napodobeninu Popolušky. Len naňho zazerala a snažila sa prísť na to, kde sú. Boli tesne pred ich bránou do domu. Linda natešene zavýskala a rozbehla sa ku dverám.

„Stoj! To chceš dovnútra vojsť takáto? Veď sme predsa mame povedali, že ideme na nákupy, nie vymetať komíny,“ zasmial sa Kristián, no hneď po tom, ako naňho Linda zazrela priam vražedným pohľadom, si vtipnosť tohto tvrdenia rozmyslel.

„No, toto je ďalší problém, my predsa nemáme darček pre mamu, po ktorý sme išli,“ ozvala sa Linda.

„Ja nás nikdy nenechám v úzkych,“ povedal Kristián a vytiahol z vrečka bundy akúsi šatku.

Príklad č. 9: Pravidelný dvanásťuholník so stranou $\sqrt{3} - 1$ je vpísaný do kružnice s polomerom $\sqrt{2}$. Dokreslíme 6 rovnobežníkov tak, že sa neprekrývajú, a každý je tvorený dvoma stranami dvanásťuholníka a dvoma teraz dokreslenými stranami. Dostaneme „hviezdu“ a znova v každom „cípe“ nakreslíme rovnobežník tvorený dvoma stranami predchvíľou dokreslených rovnobežníkov a dvoma teraz dokreslenými (dokopy ďalších 6 nových rovnobežníkov). Teraz do každého cípu novej hviezdy nakreslíme rovnoramenné trojuholníky a v strede dostaneme šesťuholník. Zistite dĺžku jeho strany, presne.

„To odkiaľ máš tú šatku?“

„Bola v tej kletke, kam nás zavrela zlá čarodejnica. Ty si tam žiadnu nevidela?“

„Viac som sa bála o naše životy ako o to, čo obsahovala tá kletka,“ povedala Linda vyberajúc si posledné zvyšky sadzí z vlasov.

Keď vošli do domu, hneď od dverí začuli debatu.

Príklad č. 5: Babka, starká a mama sa dohadujú o tom, ako bude vyzerat' Štedrý večer, či bude kapor vo verzii so zemiakovým šalátom alebo s hranolkami. Ďalej, či bude stromček aj stôl vyzdobený na zlato, alebo na strieborno, a do tretice, či si najprv rozdadajú darčeky, alebo sa budú najprv fotiť. Linde a Kristiánovi táto debata nedávala zmysel. Nakoniec zistili, že jedna z nich hovorí vždy pravdu a zvyšné dve vždy klamú.

Babka: Striebornú výzdobu chcú dvaja z nás. Ja chcem, aby sa najskôr fotilo. Starká chce zlatú výzdobu. Kapra chceme dvaja v jednej verzii a jeden v inej.

Mama: Chcem, aby bol kapor s hranolkami. Starká chce hranolky tiež a chce, aby sa najskôr fotilo. Ja a starká chceme výzdobu rovnakej farby. Ja chcem, aby sa najskôr fotilo.

Starká: Striebornú výzdobu chce len mama. Hranolky chceme všetci traja. Babka chce, aby sa najskôr rozдали darčeky.

Kto chce čo?

„Toto mi tak chýbalo,“ ozvala sa Linda ako prvá.

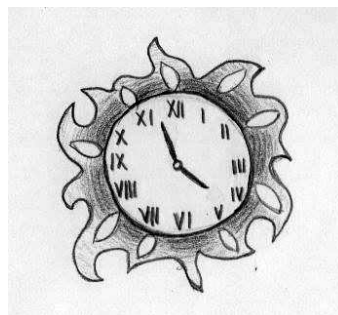
„To teda, som rád, že tie tri sa zase nevedia dohodnúť, aspoň som si istý, že som naozaj doma.“

„Ešte stále premýšľam nad tým výletom.“

„Kto by nerozmýšľal. Bolo to naozaj čudné.“

„Ale mali by sme to radšej pustiť z hlavy, aj tak nám to nikto neuverí.“

„Presne tak, ešte nás zavrú do blázince a čo potom?“



„Myslím, že po tých rokoch, čo máme spolu izbu, by som ani nepostrehla rozdiel.“
podpichla ho.

„No neviem, kto je posadnutý sledovaním ručičiek na hodinkách.“

„Veď som ti to predsa vysvetľovala, ja som len počítala príklad do školy.“

Príklad č. 6: Sledujem klasické hodiny, majú hodinovú a minútovú ručičku. Ručičky idú plynulo. Zvolím si nejaký uhol alfa (α) od 0 do 180 stupňov vrátane. Koľkokrát za deň (od 00:00 do 23:59) nastane situácia, že dve ručičky zvierajú tento uhol? Je to rôzny počet pre rôzne uhly? Aké sú možné počty?

„No jasné, to ti už len uverím. Jednoducho, si čudná.“

„Nie som. Ale keď som už tú školu spomenula, tak nám zadali takú jednu úlohu a povedali nám, že si máme dohodnúť taktiku a po prázdninách nás nepustia domov, až kým tú úlohu nesplníme.“

„A o čom tá úloha je? Nech viem, za čo moja vzorná sestrička ostane prvýkrát po škole.“

Príklad č. 8: Osem osôb má na chrbtoch napísané čísla od 1 do 8 a stoja náhodne za sebou. Každý vidí číslo jedného človeka pred sebou (okrem prvého, ten nevidí žiadne číslo). Každý má obálku obsahujúcu papierik s číslom od 1 do 8. Každý má v obálke iné číslo. Toto číslo je vždy o 1 väčšie alebo menšie ako jeho číslo na chrbte. Nikto nevie vlastné číslo na chrbte ani číslo vo svojej obálke.

Od posledného začnú vchádzať po jednom do miestnosti. V miestnosti je veľikánsky stôl. Na jeho časti je osem štvorcov v rade očíslovaných od 1 do 8. Keď každý vojde do miestnosti, položí svoju obálku na stôl. Dotýka sa len ten svojej. Potom odíde. Len posledný môže premiestňovať všetky obálky a dať ich do štvorcov.

Akákoľvek komunikácia počas spomínaných úkonov nie je dovolená, avšak môžu si ešte predtým dohodnúť plán. Aký má byť ich plán, aby v závere čísla v obálkach korešpondovali s číslami štvorcov, v ktorých sú?

„Ja po škole určite neostanem, už len aby som ti dokázala, že nie som poškoláčka. A mimo toho, myslím si, že ten príklad nie je taký ťažký, ako vyzerá.“

„Veď uvidíme, ako si s ním poradíš.“

„Deti! Poďte mi prosím pomôcť tu dole v kuchyni,“ kričala na nich mama.

„Už ideme.“ zakričali obaja naraz, no dosť neochotne.

Príklad č. 4: Pred súrodencami stálo na stole 101 vrecúšok s prísadami na vianočné koláčiky. Boli zoradené od najťažšieho po najľahšie, pričom rozdiel hmotností dvoch vrecúšok vedľa seba bol vždy rovnaký. Vážením zistili, že najťažšie vrecúško má hmotnosť 5 kg. Čo však Lindu najviac prekvapilo, bolo, že keď na váhu položila 76. až 80. vrecúško, tak mali dokopy rovnakú hmotnosť, ako 96. až 101. vrecúško. Koľko váži najľahšie vrecúško?



„To by sme mali.“ spokojne si povedal Kiko, keď s vážením skončili.

„Už sa teším na tie vianočné dobroty.“

„Ani nespomínaj, mne už teraz tečú slinky.“

„Ja som tak popri tom vážení rozmýšľala nad tými štyrmi bodkami u čarodejnice.“

„A čože si vymyslela?“

„V podstate nič, ale čo keby tam bola ešte jedna?“

Príklad č. 7: Vyznačte 5 ľubovoľne umiestnených bodov v rovine. Je možné spojiť štyri z nich tak, aby tvorili konvexný štvoruholník? Platí to vždy? Ak áno, prečo? Ak nie, kedy to platí a kedy nie? *Poznámka: Konvexný štvoruholník je taký, ktorého obe uhlopriečky ležia celé v jeho vnútri.*

„Čo keby si na chvíľku prestala premýšľať a tešila sa na Vianoce?“

„No dobre, ako myslíš.“

„Počula si to?“

„Čo?“

„Hovorí sa prosím. Dole buchli vchodové dvere.“

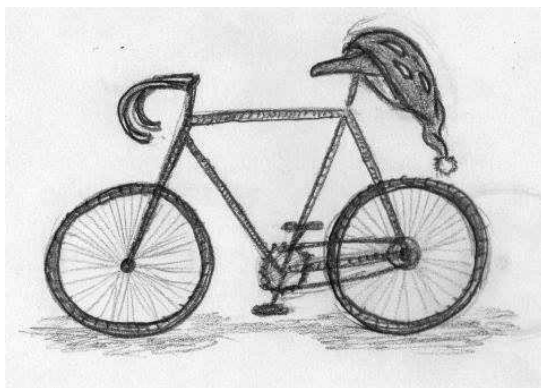
„Ocko prišiel!“

Obaja sa ako blázniví rozbehli dolu schodmi privítať otca, ktorý sa vrátil zo služobnej cesty.

„Drobcí moji, ako ste sa mi tu mali?“ za toto oslovenie si vyslúžil jemné zavrčanie. „Poslúchali sme na slovo,“ povedala Linda a tvárila sa ako anjeli. „Neboj sa, sledovali sme ti tie vianočné cyklistické preteky,“ dodal Kiko.

Príklad č. 3: Cez tri etapy pretekov bol otec na služobnej ceste. Chce zistiť, ako sa menilo poradie prvých piatich najlepších cyklistov po každej z týchto etáp. Zloženie prvej päťky sa nemenilo, len jej vzájomné poradie. Po poslednej etape pred služobnou cestou boli v takomto poradí: ViRPo-Kuchťo-Phil-Hanka-Laco. Phil vyzeral unavený, bolo jasné, že si nepolepší v ďalšej etape. Počas otcovej neprítomnosti sa žiadne šialené kúsky nediali, a teda sa každý cyklista posunul cez etapu maximálne o dve priečky. Ďalej je známe, že vždy, keď je Laco piaty, vyšvihne sa cez ďalšiu etapu na 3. miesto, a že Phil nikdy nebol piaty. Vieme, že počas týchto etáp viedli traja rôzni ľudia, a že ViRPo bol po 2 etapách z tých troch, čo otec nevidel, celkovo lepší, ako Kuchťo.

Po prvej etape po dovolenke bolo poradie nasledovné: Laco-Kuchťo-Phil-ViRPo-Hanka. Tiež si v tejto etape ViRPo aj Kuchťo polepšili. Nakoniec Linda prezradila poslednú informáciu, ktorú otec potreboval vedieť – v tretej etape dovolenky Hanka neporazila svojho odvekého nepriateľa, Kuchťa.



„Mohol som vedieť, že ty mi to nepovieš len tak, ale spravíš z toho nejakú hádanku. No nevádi.“

„Porozprávaj, čo si také zaujímavé zažil?“ vyzvedala Linda.

„Veď vieš, kreslil som plány, obzeral si stavenisko a znovu kreslil plány. Na nič iné mi veľmi neostal čas.“

„Ale no tak, určite sa ti prihodilo niečo, čo stojí za reč.“

„Máš pravdu, jeden klient mal takú nezvyčajnú požiadavku.“

Príklad č. 2: Istý pán Tuomas mi doniesol objednávku na akýsi zvláštny objekt do jeho záhrady. Stavba má obsahovať 7 stĺpov postavených do kruhu, z ktorých niektoré budú s ďalšími spojené stenou. Konkrétne 1 bude spojený s 4 ďalšími, 3 budú spojené každý s 3 ďalšími, 1 bude spojený s ďalšími 2 a 2 budú spojené každý s 1 ďalším. Vedeli by ste nakresliť plán tejto stavby?

„Keby si mi dal trošku času, tak by som určite niečo vymyslel.“

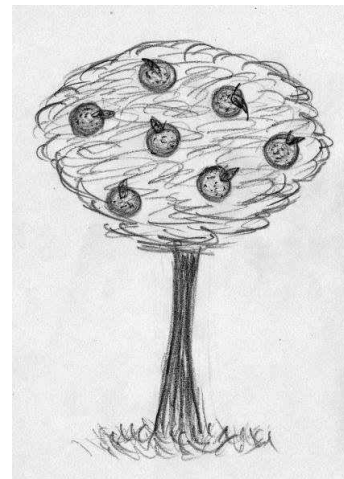
„Oci, vieš čo, kým si tu nebol, tak nám jeden škriatok objasnil svoj super tajný plán so sadením stromčekov. My sme si však s ním nevedeli poradiť, pomohol by si nám s tým?“

„Samozrejme. Len mi povedz, o čo ide.“

Prémia: Škriatok si chcel zasadiť svoje pomarančovníky veľmi zvláštnym spôsobom. Ak rátame ako rad 3 a viac stromov na jednej priamke, tak vytvoril 19 radov. Koľko najmenej pomarančovníkov mohol použiť?

(*Pokyn: K tomuto príkladu nakreslite obrázok znázorňujúci polohu vašich pomarančovníkov a označte, ktoré pomarančovníky ležia v jednom rade. Napíšte taktiež počet pomarančovníkov, ktorý ste použili.*)

*** Tento príklad je bodovaný inak ako ostatné. Viac informácií nájdeš v pravidlách. ***



„Veľmi zvláštne. Ale čo si to hovorila? Škriatok? Dúfal som, že si už z časov s imaginárnymi kamarátni vyrástla. Ale asi som sa mýlil,“ zasmial sa otec, no potom už túto tému nechal tak.

„Oci, nechcem byť nedočkavá, ale priniesol si nám niečo?“ vyzvedala Linda ďalej.

„Čo by som bol za otca, keby som svojim deťom niečo nedoniesol? Samozrejme, ale je to schované v mojom kufrí a aby ste zistili heslo, ktorým sa doňho dostanete, musíte vyriešiť túto hádanku. Keď ju vyriešite, zoradíte cifry od najväčšej po najmenšiu a rýchlo utekajte ku kufru zistiť, či to máte správne, nech na vás ten darček dlho nečaká.“

Príklad č. 1: Máme isté trojčiferné číslo. Napíšeme si k nemu všetky ďalšie trojčiferné čísla, ktoré vieme dostať z rovnakých cifier. V prípade nášho čísla dostaneme tri nové čísla. Súčet dvoch najmenších čísel je 1088. Aké číslice obsahujú tieto čísla?

„Mám to!“ vykrikol Kiko a s Lindou v tesnom závесе za ním bežali do predsiene.

„Ja to chcem otvoriť!“

„Nie, ja!“

„Ja som to vyriešil!“

„No dobre,“ rezignovala Linda.

Kristián otvoril kufor a začal si prezeráť jeho obsah.

Čo súrodencom priniesol otec zo služobnej cesty? To sa dozviete nabudúce.

