

Zadania 1. kola zimnej série 2014/2015

Termín: 06.10.2014

Naša adresa: Riešky, Mgr. Viera Babišová, Gymnázium Grösslingová, Grösslingová 18, 811 09 Bratislava 1

Elektronické riešenia: <http://riesky.sk/>

„Linda! Héj, Linda! Ignoruješ ma? Alebo ako si tú tvoju nechotu komunikovať mám vysvetliť?“

Po hodnej chvíli sa ozvala odpoveď: „Keby si náhodou chcel vedieť, snažím sa čítať, ale, čuduj sa svete, pri tebe to nejde.“ Rezinovane zdvihla knihu a podráždene dodala: „Vidíš, toto je kniha. Keď niečo čítaš, tak sa nemôžeš popritom rozprávať. Ak to je vážne také naliehavé, tak hovor, ale ak nie, počkaj, dočítam ešte dve strany a potom sa môžeme rozprávať.“

„Dve strany? Ty v tom nebudaj máš nejaký systém?“ zasmial sa a premeriaval si ju od špičiek prstov až po končeky mihalníc.

„Samozrejme, že mám.“ Prikývla a tvárila sa tajomne.



Príklad č. 5: Za 10 dní som prečítala knihu, ktorá mala viac ako 310 strán. Každý deň som prečítala istý počet strán. Kniha bola čím ďalej, tým zaujímavejšia, preto sa tento počet každý deň zvýšil o rovnaké číslo oproti počtu strán, ktoré som prečítala v deň predtým. Každú stranu som prečítala iba raz. V štvrtý deň môjho čítania som prečítala 22 strán. Koľko strán mala kniha? O koľko strán viac som prečítala každý deň?

„Sestrička, ty si teda trieda. Keď takto systematicky čítaš knihy, tak si poď zahrať jednu hru. Potrebuješ na ňu pero, papier, kalkulačku a bystrú hlavu. Alebo vlastne nie, tebe stačí hlava. Ideš do toho?“ pobavene sa na ňu pozrel.

Zdvihla jedno obočie a premýšľala nad jeho návrhom. „Prečo by som s tebou mala hrať nejakú tvoju hru?“ ozvala sa nakoniec.

„Neverím tomu, že si ozaj taká inteligentná, ako sa tváriš.“

„Tak teda hovor, čo je to za hru?“

Príklad č. 9: Napíš si na papier 3 po sebe idúce čísla. Môžu byť akékoľvek chceš, ale ak si vyberieš malé, bude sa ti pracovať ľahšie. Ku každému číslu si napíš jeho tretiu mocninu – dvakrát ho vynásob samým sebou (napríklad tretiu mocninu čísla 5 vypočítame takto: $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$).

Dostaneš tri čísla. Každému z nich vypočítaj ciferný súčet, ak znovu dostaneš viacciferné číslo, rob jeho ciferný súčet, až kým nedostaneš jednociferné číslo. Tri výsledné čísla zorad' od najväčšieho po najmenšie. Keď to budeš mať, ja ti prezradím tvoj výsledok bez toho, aby som vedel, aké čísla si mala na začiatku. Je to číslo 981, však? Platí to naozaj vždy? Ak áno, povedzte prečo, ak nie, nájdite čísla, pre ktoré to neplatí.

„Veď to je jednoduché!“ vykrikla Linda.

„No dobre, priznávam, si múdra.“

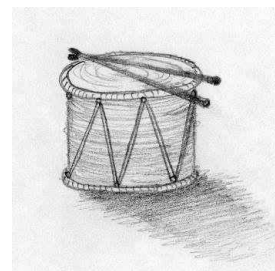
„Bodaj by nie, veď som tvoja sestra.“ Žmurkla naňho a on hneď vedel, že od neho niečo chce.

„Čože odo mňa chceš?“

„Zahraj mi, prosím, niečo na bubne.“

Príklad č. 3: Na bubne sa dá zahrať buď výška, alebo bass. Chceme poskladať rytmus na 9 dób (to znamená, že 9-krát zahrám výšku alebo bass, žiadne pauzy robiť nechcem). Svoj rytmus chceme poskladať iba kombinovaním menších zoskupení dób bass-výška-bass, výška-bass a bass-výška.

Koľkými rôznymi spôsobmi to viem urobiť, ak môžem každé zoskupenie použiť ľubovoľne veľa krát? Za rôzny sa považuje rytmus, ktorého zápis deviatich dób ako kombinácie bassov a výšok je rôzny od zápisov ostatných rytmov.



„No to teda, aby som dáme robil dvorného zabávača.“

„Prosím, len na chvíľku,“ žobronila Linda.

„No dobre, ale potom pôjdeme na trhy, potrebujeme predsa kúpiť mame darček na Vianoce. Za štyri dni sadáme k štedrovečernému stolu a my stále nič nemáme.“

„Dohodnuté.“

O hodinu neskôr.

„No paráda, už len toto nám bolo treba, všade samé auto. Ako prejdeme cez cestu?“ zúfal Kristián.

„Nie je to až také zlé, aha, tu by sme mohli prebehnúť.“

Príklad č. 4: Autá chodia po ceste v oboch smeroch. Cesta je dlhá 100 m. V jednom smere idú autá dlhé 2 m a v druhom autá dlhé 5 m. Tieto autá idú dopredu svojím smerom, všetky rovnakou rýchlosťou. Keď Linda s Kristiánom prišli k ceste, stáli všetky autá tak, že zaplňali celú cestu (50×2 m a 20×5 m). Súrodenci môžu cez cestu prejsť len vtedy, ak je hocikde na ceste miesto, kde sú začiatky dvoch áut v jednej línii kolmej na cestu. (Každé auto má jeden začiatok a jeden koniec.) V koľkých rôznych momentoch takáto situácia nastane? Chodiť cez cestu, keď tam je už iba jedno auto, alebo cez cestu, kde už nie je žiadne auto, nie je predsa vôbec hrdinské, preto to ani nezarátavajte.

„Ja neviem.“ Zúfalo povedal hľadiac na zasneženú lúku.

„Poďme naspäť.“

„Ale ako? Veď stojíme v strede lúky.“ Rezignovane podupkával nohou a rozmýšľal, čo ďalej. Kráčali, no lúka sa nijak nezmenila. Linde pristála snehová guľa presne uprostred chrbta.

„Kristián! Ty si sa zbláznil? Ešte ani nevieme, ako dlho tu budeme mrznúť, a ty sa guľuješ? No počkaj!“ Zakričala a úder mu vrátila, guľa mu pristála tesne nad golierom kabáta.

„Tak toto si prehnala!“ Guľa letela smerom k Linde a tesne jej minula tvár.

Zabratí do snežného boja utekali neznámou krajinou. Zrazu sa ocitli na križovatke piatich ciest, kde takmer nebol sneh. Prestali sa obhadzovať a radili sa, kade pôjdu. Pri každej ceste stál jeden muž. Nevedeli koho sa spýtať, lebo ani jeden z nich nevyzeral, že by im chcel pomôcť.

Linda zobrala situáciu do svojich rúk.

Príklad č. 6: Na každej z piatich ciest vedúcich z križovatky stojí muž. Každý z týchto mužov buď vždy hovorí pravdu, alebo vždy klame. Linda však nevedela, kto z nich je pravdovravný, a dokonca nevedela ani to, koľko týchto poctivcov medzi nimi je. Každého z nich sa teda spýtala tú istú otázku: „Koľko z vás piatich hovorí pravdu?“ Každý z mužov jej odpovedal prirodzeným číslom od 0 do 5. Koľko z nich môže hovoriť pravdu? Pre každý možný počet určte, koľko rôznych päťíc čísel od nich môže Linda počuť.

Poznámka: Nezáleží na tom, ako sú usporiadané čísla v päťiciach, tj. napríklad 11115 je to isté, ako 11151.



Vybrali sa cestou, na ktorú Linda ukázala, mysliac si, že idú dobre, a konečne sa z tohto čudného sveta vymocú. Opak bol pravdou. Čím ďalej išli, tým sa to tam menej podobalo na svet ľudí a menili sa ročné obdobia. Okolo nich už bola jar a Kristián zbadal krásnu záhradu. Zvnútra na nich vykukol akýsi piadimužik a zavolať ich dnu.

Linda sa ihneď usadila pod čerstvo rozkvitnutú jablňu a nič iné ju už nezaujímalo. Kristián preberal s Ferom (tak sa totižto ten škriatok volal) všetko o záhradníčení a škriatok sa naňho obrátil s jedným z jeho problémov.

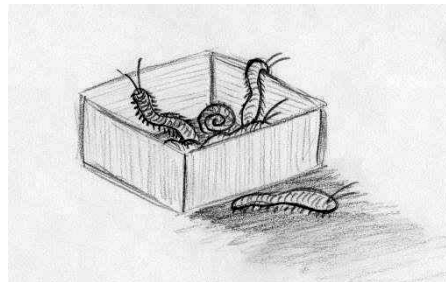
Príklad č. 1: Mojou novou vášňou je skúšanie nových odrôd rastlín. Teraz ma fascinuje nová exotická odroda, trifid. Chcel by som ho vysadiť do svojho obdĺžnikového záhonu rozmerov $2 \times 4 \times 8$ rovnakými štvorcovými miestami pre rastliny. Trifid je však veľmi náročná rastlina a aby sa mu darilo, musí byť pestovaný v určitých podmienkach:

- Štvorcová plocha pre trifid musí susediť stranou alebo vrcholom s presne dvoma vysokými rastlinami, aby mal správne množstvo tieňa. Ako vysokú rastlinu používam iskerník.
- Niektoré rastliny trifidu zavádzajú koreňmi. Preto plocha pre trifid nesmie susediť stranou s takou rastlinou, akou je napríklad baobab.

Koľkými spôsobmi môžem do svojho záhonu vysadiť dva trifidy, tri iskerníky a dva baobaby? (Na jednom mieste nebude zasadené nič.)

Kristián bol čím ďalej, tým zvedavejší a chcel vidieť všetko, čo má Fero v záhrade. Prišli až k jeho drevenému domčeku, ktorého strecha bola len o niečo vyššia, ako Kristián. Škriatok vyniesol von akúsi škatuľu, v ktorej žili stonožky.

Príklad č. 2: Mama stonožka má dve deti a manžela. Každý člen rodiny má sto nôh a každý z nich si berie na každý deň čisté ponožky. V sobotu však ponožky nenosia, lebo vtedy ich mamička stonožka perie. Prať vždy začína v sobotu o 6:00 ráno. Naraz sa jej do práčky zmestí 573 ponožiek a jedna várka sa operie za dve a pol hodiny. Zistite, kedy skončí s praním, ak viete, že uloženie ponožiek do práčky jej trvá 2 minúty a ich vybratie z práčky 3 minúty.



Linda s Kristiánom sedeli pod stromom a rozmýšľali, ako by sa mohli dostať domov. Poradili sa so škriatkom a ten im len jednoducho odpovedal: „Domov sa dostanete akoby mávnutím čarovného prútika, len čo pochopíte, prečo ste tu.“

Obaja sa na seba neveriacky pozerali a boli úplne bezradní. Fero im ponúkol, že sa môžu u neho ubytovať, no oni odmietli a išli ďalej. Dúfali, že prídu na to, ako sa dostanú von z tohto čudného sveta.

Z ničoho nič sa pred nimi objavilo malé dievčatko, ktoré vyzeralo, akoby tam čakalo práve na nich. Zaviedlo ich do domčeka, ktorý sa im zdal akýsi známy, no niečo mu chýbalo. Vnútri stála zlá čarodejnica a opierala sa o lopatu. Obom v rovnaký čas došlo, kde to vlastne sú. Na odchod však už bolo neskoro.

Čarodejnica sa im zdôverila so svojím problémom s pažravými deťmi, ktoré jej pravidelne zjedia všetky perníčky z domčeka.

Príklad č. 7: Linda sa ponúkla, že čarodejnici chalúpku znova ozdobí perníkmi a vyrátala si, koľko perníkov stihne ozdobiť za koľko minút. V strese však tieto dve čísla povedala čarodejnici vymenené. Čarodejnica si podľa toho spočítala, koľko perníčkov by mala Linda ozdobiť za päť hodín, dala jej suroviny a Linda sa pustila do práce. Práca jej však trvala o 2 hodiny a 12 minút dlhšie. Koľko perníčkov Linda ozdobila?

Linda odviedla prekvapivo dobrú prácu aj keď jej to trvalo trochu dlhšie, no čarodejnica bola spokojná a preto ich nehodila rovno do pece, ale zatvorila ich do klietok, ako nejaké opice. Kristián sa nad touto skutočnosťou trpkou pousmial, no do smiechu mu nebolo. Vytiahol si z vrečka hraciu kocku a začal si ju na zemi preklápať.

Prémia: Majme štvorcový plán zložený z šestnástich menších štvorcov. Položme hraciu kocku do ľavého horného rohu tak, aby na vrchnej stene bola 1. Kocku budeme postupne „kotúľať“ po všetkých políčkach (po každom práve raz). Pri každom prekotúlení sa bodky na spodnej stene odťahujú na plochu (na ľavý horný štvorec sa odťahujú šesť bodiek). Aký najväčší počet bodiek môžeme takto dostať na pláne?

Poznámka: Dve protiľahlé steny kocky majú na sebe dokopy 7 bodiek.

(Pokyn: K tomuto príkladu nakreslite výsledný plán s odťahovanými bodkami a poradie, v ktorom sa kocka presúvala po políčkach. Napíšte výsledný počet bodiek.)

*** Tento príklad je bodovaný inak ako ostatné. Viac informácií nájdeš v pravidlách. ***

„Aha Kiko!“

„Čo je zase?“

„Pozri sa na tieto štyri bodky na zemi!“

„Bodky? To je ten tvoj vynález? Ja že si aspoň stroj času vymyslela, keď sa tak tešíš!“

„Nebud' hned' namrzený, možno keď prídeme na to, čo znamenajú, a prečo sú práve tu, tak sa dostaneme preč z tejto chatrče.“

„Štyri bodky, čo zachránili svet! Dobrý námet na film.“

Príklad č. 8: Po zmiznutom štvorci zostali iba 4 body ležiace na miestach, ktoré pôvodne patrili stranám štvorca. Tieto body nie sú zhodné a dokonca každý patril inej strane. Dokážete znovu nakresliť celý štvorec? Smiete používať iba kružidlo a pravítko bez stupnice a rysky.

Linda si vzdychla, lebo ten hlavolam jej stále nedával zmysel.

„Ach, čo by som teraz dala za teplú sprchu a harmančekový čaj od mamy.“

„Ja by som si pral počuť mamu na mňa kričať, nech nerobím bodrel.“

„Čokoľvek, čo by znamenalo, že ešte niekedy uvidím dvere nášho domu je pre mňa cennejšie, než zlato.“

Zrazu sa okolo nich zdvihol vír vzduchu a úplne ich pohltil.

