

## Zadania 2. kola letnej série 2014/2015

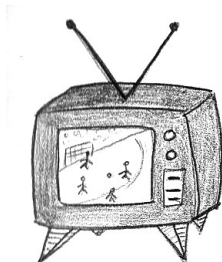
Termín: 08.04.2015

Naša adresa: Riešky, Mgr. Viera Babišová, Gymnázium Grösslingová, Grösslingová 18, 811 09 Bratislava 1

Elektronické riešenia: <http://riesky.sk/>

---

V cukrárni bolo úžasne, všade rozvoniavali koláče a iné dobroty. Desaťcentovka sa cítila ako v raji, no dlho tam veru nebola. Dostala sa do rúk starej pani. Neodvážila sa odhadnúť, koľko mala pani rokov, no ruky sa jej triasli tak, že keď ju držala v rukách, minci sa zdvíhal žalúdok. U starency doma bežala televízia prekvapivo na športovom kanáli. Práve bol v priamom prenose niekoľkodňový turnaj.



**Príklad č. 6:** Šesť družstiev sa zúčastnilo turnaja, ktorý sa hral systémom „každý s každým jeden zápas“. Turnaj trval dva dni. Dokážte, že existujú tri družstvá, ktoré odohrali všetky zápasy medzi sebou počas jedného dňa.

Starenka bola vcelku zvláštna osoba. Chovala veľa mačiek, ktoré pobehovali po byte a labky vopchali, kam sa len dalo. Jedna sa dokonca dostala aj do vrečka starenkinho kabáta, kde sa povalovala desaťcentovka. Štekla ju fúzikmi a desaťcentovka veru mala čo robiť, aby sa nezačala smiať. Avšak mačky neboli tým najzaujímavejším v celom byte.



**Príklad č. 2:** Starenka mala doma dve kazety, jedna sa prehrávala 24 minút a druhá 40 minút. Mala však aj tri prehrávače a povedala si, že prečo by si nepustila tri kazety naraz. Starenka si plánuje odstopovať 1000 minút. Na začiatku pustí všetky tri kazety. Vždy, keď nejaká skončí, hneď ju pustí odznovu.

Jej vnuk má zbierku kaziet. Má kazetu s každou dĺžkou trvania (v celých minútach) od 3 minút po 45. Iné však nemá.

Kazetu akej dĺžky si má požičať, aby sa za 1000 minút stalo čo najviackrát, že dohrajú tri kazety naraz? A akú dĺžku má mať, aby sa stalo čo najmenej krát, že počas 1000 minút aspoň dve dohrajú naraz?

Starenka čoskoro desaťcentovku nechala v obchode, zhodou okolností v tom istom, kde sa desaťcentovka ocitla po prvýkrát. V známom prostredí stretla aj staré kamarátky, ktorým opisovala, čo všetko sa jej stihlo prihodiť. Rozprávala o dievčati, Filipovi i starenke. Nemohla zabudnúť ani na udalosti zo zošita matematiky, ktorých bolo viac, než by si ktokoľvek vedel predstaviť.

**Príklad č. 3:** Majme štvorec ABCD. Stredy jeho strán si označíme E, F, G, H (E je stred AB, F je stred BC, ...). Priesečník AF a DE označíme X. Priesečník AF a BG označíme Y. Priesečník CH a DE označíme Z. Aký je pomer obsahov štvoruholníka XYGD a sedemuholníka AEGDHZX?

Z obchodu odišla spolu so svojou kamarátkou v peňaženke neznámeho chlapca. Ten ich vzal so sebou na rieškarské stretnutie vedúcich. Celé toto stretnutie bolo zvláštne, nič nebolo tak, ako by očakávala, a teda si desaťcentovka z tejto akcie vymyslela príklad, aby si ju dobre zapamätala.

**Príklad č. 5:** Na stretnutie prišlo osem manželských dvojíc. Každá priniesla jednu knihu a nejakú inú si požičala. Manželské dvojice nemajú len to isté priezvisko, ale aj rovnaké zamestnanie a dopravný prostriedok. Každá dvojica má taktiež svoju obľúbenú farbu.

Vieme o nich nasledovné fakty:

1. Danka Oriekatá a jej manžel sú výrobcovia cukrovej vaty.
2. Knihu „Elyonova krajina - Desiate mesto“ priniesla dvojica, ktorá jazdí na BMW a miluje vznešenú karmínovú.
3. Peťo a jeho žena Zuzka majú radi tmenú jadeitovú.
4. Phil Ušatý a jeho žena Hanka majú radi kráľovskú mahagónovú.
5. Dada Vlasatá a jej manžel sú svetoznámi parašutisti a jazdia na Ferrari.
6. Tete a jej manžel Jumaj si požičali knihu „Dievčatko z Krajiny Drakov - Mezzarthys“.
7. Maťo a jeho žena majú radi ľadovo lesklú farbu a priniesli knihu „Harry Potter a Fénixov rád“.
8. Tinka a jej manžel Zajo sú extravagantní kaderníci.
9. Knihu „Kroniky Narnie - Lev, Šatník a Čarodejnica“ si požičala dvojica, ktorá jazdí na Trabante.
10. Manželia Neprerátaní sú chovatelia jednorožcov a priniesli knihu „Temné Hmoty - Magický nôž“.
11. Pán a pani Prerátaní sú moderátori šou Riešky majú talent a požičali si knihu „Hry o život - Skúška ohňom.“
12. Tomáško a jeho žena majú radi romantickú olivovú.
13. Gabika Okatá a jej manžel majú radi pepermintovú.
14. ViRPo a jeho žena priniesli knihu „Hry o život - Skúška ohňom“ a jazdia na Žiguli.
15. Jedna dvojica priniesla knihu „Hra o tróny - Tanec s drakmi“ a požičala si knihu „Harry Potter a Fénixov rád“.
16. Dvojica, ktorá jazdí Pešibusom, zbožňuje odvážnu baklažánovú.
17. Pár, ktorý vlastní intergalaktickú palacinkáreň, si požičal knihu „Hra o tróny - Tanec s drakmi“.
18. Odborníci na infinitezimálny počet jazdia na bicykli.
19. Uľa a jej manžel jazdia na Škodovke a priniesli knihu „Dievčatko z Krajiny Drakov - Mezzarthys“.
20. Uľa a jej manžel si požičali knihu, ktorú priniesli pán a pani Nosatí.
21. Kuchtík a jeho žena majú radi sviežu okrovú a požičali si knihu „Pán Prsteňov - Dve veže“.
22. Pán a pani Spapaní sú obchodníci s koláčmi.
23. Knihu „Pán Prsteňov - Dve veže“ priniesla dvojica jazdiaca na Mercedese.

Určte manželské páry (mená a priezviská manželov), ich zamestnania, dopravné prostriedky, obľúbené farby, a aj knihy, ktoré priniesli a ktoré si požičali.

Večierok bol dlhý, nuž desaťcentovka sa rozhodla opustiť podnikateľa a zakotúľala sa pod stôl. Odtiaľ ju ktosi odkopol do kuchyne, kde sa jeden z vedúcich hral s kockou.

Desaťcentovke to prišlo zaujímavé ako takmer všetko okolo nej, a tak ho pozorne sledovala.

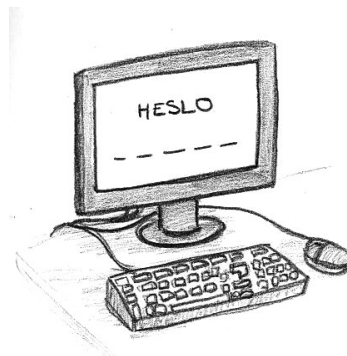
**Príklad č. 4:** Zajo hrá hru, pri ktorej musí napísať čísla od 1 do 6 na steny kocky. Stratí bod vždy, keď napíše dve po sebe idúce čísla na dve susedné steny. Koľko najmenej môže stratiť bodov?

Zajo si všimol mincu ležiacu na zemi, zdvihol ju a odniesol ju do izby. Tam pri počítači sedela Zuzka a snažila sa uhádnuť jeho heslo na počítač. Pomôžete jej?

**Príklad č. 1:** Zajo má na počítači 5-ciferný prístupový číselný kód. Zuzke o ňom povedal nasledovné:

1. Neobsahuje 0.
2. Neobsahuje prvočíselné cifry.
3. Každú cifru obsahuje maximálne raz.
4. Kód nie je deliteľný 2.
5. Štvrtá cifra je menšia ako prvá, a prvá je menšia ako druhá.
6. Posledné dvojčíslenie je deliteľné 7.

Vedeli by ste Zuzke poradiť, aký má Zajo kód?



Zuzka, ako ja všeobecne známe, je vynikajúca matematická a heslo čoskoro odhalila. Keď sa počítač odomkol, otvorila sa akási tabuľka. Chvíľu na ňu podozrivo hľadala, no nakoniec si prečítala inštrukcie a začala nad ňou premýšľať.

**Príklad č. 7:** Do každého políčka tabuľky o veľkosti  $8 \times 8$  je vpísané číslo 1 alebo 0. Dokážte, že keď zistím súčty čísel v každom riadku, stĺpci a v dvoch hlavných diagonálach, dostanem aspoň tri rovnaké hodnoty.

Úloha sa Zuzke páčila, no počítač zapínala kvôli svojej slabosti na počítačové hry. Tak si teda jednu otvorila a začala sa hrať.

**Prémia:** V hre pobehuje malý škriatok, ktorého úlohou je zbierať kvapky vody z 8 kvapľov, ktoré sú na obvođe štvorca. Konkrétne je kvapleň v každom vrchole a v strede každej strany. Kvapky padajú z kvapľov každých niekoľko sekúnd, ako je napísané v tabuľke 1. To, že vľavo hore je 8, značí, že kvapka z daného kvapľa spadne každú ôsmu sekundu, 5 značí každú piatu sekundu, atď. P značí, že z daného kvapľa spadne kvapka každú prvočíselnú sekundu.

Cesta k susednému kvapľu trvá 1 sekundu. Škriatok sa hýbe len po obvođe štvorca. Škriatok je na začiatku (v nulte sekunde) v ľavom hornom rohu. Aký najmenší čas mu môže trvať nazbieranie 15 kvapiek? (Pokyn: Napíšte, ako sa škriatok bude hýbať v ktorej sekunde a kde zozbiera kvapky. K prémii nemusíte písať postup.)

\*\*\* Tento príklad je bodovaný inak ako ostatné. Viac informácií nájdete v pravidlách. \*\*\*



8	P	5
3		4
6	5	7

Tabuľka 1: Umiestnenie kvapľov

Desaťcentovke sa už veľmi nepáčilo pozorovať Zuzku pri hraní, no inú možnosť nemala. Musela tam byť, kým ju neodnesú inam. Tak sa teda ukladla k spánku a dúfala, že keď

sa zobudí, bude niekde inde. Jej pranie bolo splnené. Po dlhom spánku sa zobudila na stole architekta. Ten si ju nevšimol a ďalej kreslil po papieri.

**Príklad č. 9:** Máme dve sústredné kružnice. Bod A je na obode menšej kružnice a bod B na obode väčšej kružnice. Zároveň úsečka AB leží na dotyčnici menšej kružnice a vieme o nej, že je dlhá 7 cm. Aký je obsah medzikružia?

Jeho práca pre ňu nebola vôbec zaujímavá. Nudila sa, pozerala do stropu a snažila sa vymyslieť niečo, čím by sa aspoň nachvíľu zabavila. Nič lepšie jej neprichádzalo na um, vymyslela si preto príklad.

**Príklad č. 8:** Máme dvojčiferné číslo  $a$ , dvojčiferné číslo  $e$  a prirodzené číslo  $i$  ( $a > e$ ,  $a > i$ ). Keď pred číslo  $a$  postavíme číslo  $e$ , vznikne nám štvorciferné číslo, ktoré je rovné násobku všetkých troch čísel. Aké sú to čísla?

Bola tak zabratá do myšlienok, že si ani nestihla všimnúť, kedy sa dostala do vrečka turistovi z Japonska. Jej život nadobudol nový rozmer.