

## Zadania 2. kola zimnej série 2013/2014

**Termín: 11.11.2013**

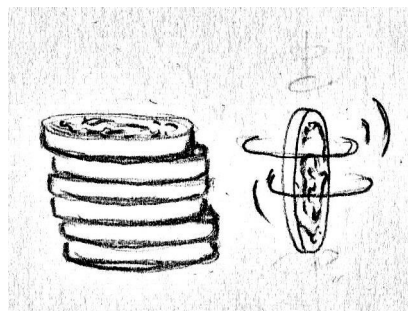
**Naša adresa:** Riešky, Mgr. Viera Babišová, Gymnázium Grösslingová, Grösslingová 18, 811 09 Bratislava 1

**Elektronické riešenia:** <http://riesky.sk/>

**Príklad č. 3:** Bojovníci v meste nemali veľmi čo robiť, a tak sa rozhodli navštíviť miestne výcvikové stredisko, kde sa trénovali chlapci a dievčatá nad 18 rokov na bojovníkov. 41 žiakov robilo test zo streľby lukom, z šermu a z priameho útoku. Streľbu z luku prešlo 12 žiakov, šerm neprešlo 36 žiakov a priamy útok prešlo štyrikrát viac žiakov, ako je počet žiakov, čo prešli aj streľbu z luku aj šerm. Streľbu z luku aj šerm prešlo trikrát menej žiakov, ako prešlo aj streľbu z luku aj priamy útok. Všetky tri predmety prešlo o sedem žiakov menej, ako je počet žiakov, čo prešli priamy útok. Streľbu z luku aj priamy útok neprešlo o šesť žiakov viac, ako je počet žiakov, čo neprešli streľbu. Šerm aj priamy útok prešlo dvanásťkrát menej žiakov, ako je počet žiakov, čo neprešli šerm. Koľko žiakov prešlo aspoň jeden test?

Keď už naozaj nemali po večeroch čo robiť, zvolali pár susedov a domácich a učili sa s nimi hry s kartami, mušľami i mincami:

**Príklad č. 9:** Zahráme sa s vami hru: Budeme hádzať mincou a zapisovať postupnosť hláv a znakov. V prvej etape budeme mať postupnosť hlava-hlava-hlava-hlava a v druhej budeme mať postupnosť hlava-hlava-hlava-znak. Vy si pre prvú a druhú etapu vyberiete ľubovoľnú inú postupnosť dĺžky štyri (môžu byť rôzne). V tretej etape si vyberiete buď postupnosť znak-znak-hlava-hlava, alebo hlava-znak-znak-znak a my budeme mať to, čo ste si nevybrali. Vo všetkých etapách hodíme 1000000-krát mincou a výsledky hádzania budeme zapisovať, až dokým sa neobjaví naša alebo vaša postupnosť. Vyhráva samozrejme ten, koho postupnosť sa objavila. Vašou úlohou je vybrať si postupnosť tak, aby ste mali väčšiu šancu na výhru, ako my.



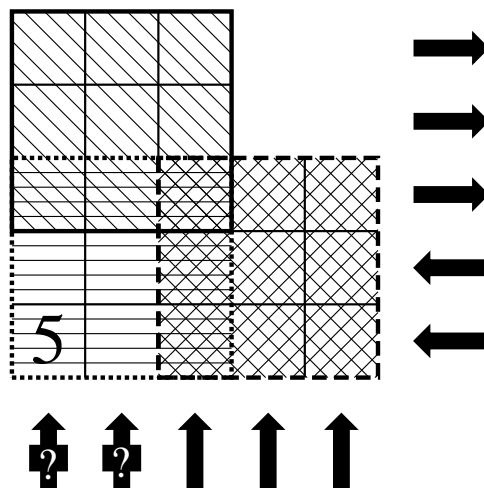
Po dvoch dňoch neznesiteľného nič nerobenia bojovníkov konečne zvolal generál Tarr, aby im objasnil, ako pôjdu veci ďalej. Vojsca si vzali veci a vybrali sa spolu do prístavu, kde po príchode do mesta našli generála. Keď odchádzali z dočasných domovov, domáci im sľubovali, že ak budú kedykoľvek čokoľvek potrebovať, majú sa vrátiť a oni im pomôžu.

**Príklad č. 1:** Po ceste k prístavu sa im prihovril jeden z mešťanov. Tento obyvateľ mesta sa rozhodol vytvoriť trojštvorc. Vytvoril ho tak, že zobral 3 štvorce rozdelené na 9 políčok ( $3 \times 3$ ) a prekryl ich. Výsledkom bol trojštvorc na obrázku 1. Potom si všimol, že do trojštvorca vie vpisovať čísla 1 až 9 tak, aby vzniknutý trojštvorc bol magický. Na to je potrebné splniť nasledujúce pravidlá:

- Čísla v riadkoch/stĺpcoch sa neopakujú.
- V každom z troch prekrývajúcich sa štvorcov sa nachádza každé z čísel 1 až 9.
- Je potrebné riadiť sa šípkami nasledovne:
  - Šípka jedným smerom značí, že čísla týmto smerom klesajú. Ak je teda šípka určená zľava doprava, potom prvé číslo v riadku je najväčšie a každé ďalšie číslo napravo je menšie.
  - Šípka s otáznikom v stĺpci značí, že ak zoberieme prostredné číslo stĺpca (teda číslo v 3. riadku), potom čísla smerom nahor klesajú a čísla smerom nadol majú neznáme poradie.

Aký bol magický trojštvorc tohoto pána?

Keďže cesta bola pomerne dlhá a nikto nemal nič proti, tento pán im dal ďalšiu hádanku.



Obr. 1: Trojštvorec

**Príklad č. 4:** Myslím si čísla  $a$  a  $b$ . Viem o nich nasledujúce:

- $b$  je prvočíslo
- $a + b$  je prvočíslo
- $a$  aj  $b$  sú dvojciferné čísla menšie ako 50
- $a +$  ciferný súčet  $b = b +$  ciferný súčet  $a = 53$

Aké sú myslené čísla  $a$  a  $b$ ?

Keď prišli na námestie pred prístavom, prekvapilo ich, že tam už bol zástup akýchsi vojakov a pred nimi stál sám kráľ Mindelax aj s generálom Tarrom.

**Príklad č. 5:** Títo vojaci neboli oblečení tak, ako Mortrix alebo Ariadne. Mali smiešne uniformy, ktoré ich celých zaguľatovali, až vyzerali ako matriošky. Ariadne sa z nudy za tieto dva dni naučila vymýšľať príklady a keď videla týchto vojakov, jeden jej hneď napadol: Na stole je osem matriošok. Keďže sú to matriošky, tak niektoré môžu byť vo vnútri iných.

Ak ich pomenujeme od  $A$  po  $H$  od najmenej po najväčšiu, tak o ich rozostavení platí nasledovné:

- $A$  má vľavo od seba 3 väčšie,
- $D$  má vľavo od seba 2 menšie,
- $G$  má vpravo od seba 1 väčšiu,
- $H$  má vpravo od seba 2 menšie,
- $F$  má vľavo od seba 1 väčšiu,
- $B$  má vľavo od seba 1 menšiu,
- $C$  má vpravo od seba 4 väčšie a
- $E$  má vpravo od seba 3 menšie matriošky.

Koľko najmenej matriošok môže byť vidno?

Mortrix s celou skupinou síce kráľ ako malí vídavali, keď každoročne obchádzal hlavné obchodné trasy a nechával sa obdarovávať od chudobných občanov, no stretnúť ho, ako stojí na vlastných a nie na koni, to bolo niečo.

**Príklad č. 2:** Kráľ každoročne organizuje v decembri obchádzku obchodných miest. Zamestnal nového radcu a ten teraz zisťoval, aké číslo má deň, kedy sa táto túra začína. Preto sa spýtal piatich mešťanov:

- Marrot mu povedala, že to je nepárne číslo.

- Segree mu povedala, že to je viac, ako 13.
- Weagull mu povedal, že toto číslo nie je výsledkom násobenia prirodzeného čísla samým sebou.
- Trropsek mu povedal, že mu toto číslo vyjde práve vtedy, keď prirodzené číslo vynásobí samým sebou a výsledok vynásobí ešte raz pôvodným číslom.
- Zorro mu povedal, že je to najviac toľko, ako aktuálny ročník Riešok.

Radca ale vie, že títo piati mešťania sú prešpekulovaní klamári a že iba práve jeden z nich hovorí pravdu. Viete mu pomôcť s tým, kedy sa táto udalosť začína?

Keď sa bojovníci konečne postavili do ako-tak organizovaného zhľuku, kráľ prehovoril. Rozprával o tých istých veciach, o ktorých im pred tromi rokmi rozprával ich veliteľ. Hovoril dlho a nezáživne, no všetci počúvali každé slovo. Vedeli, že ak im o vojne rozpráva sám kráľ, niečo sa deje. Dlho po tom, ako dorozprával, bolo ticho. Skupina čakala, že niečo príde, no kráľ sa nakoniec iba zasmial, otočil, chytil generála za plece a začal sa s ním lúčiť. Bojovníci nevedeli, čo sa deje, a tak vyčkávali.

**Prémia:** Kým vyčkávali, Rramgad zazrel dve deti, ako sa hrajú na jednej z lodí. Malý chlapec dal dievčatku takýto príklad: Na stole je niekoľko rovnakých mincí poukladaných tak, že každá minca leží celou stranou na stole a dotýka sa práve troch ďalších mincí. Koľko najmenej mincí je na stole, aby toto bolo možné?

*(Pokyn: Pri tejto úlohe stačí napísať, aký počet mincí je na stole a aké je ich rozostavenie, aby platili podmienky zo zadania.)*

\*\*\* Tento príklad je bodovaný inak ako ostatné. Viac informácií nájdeš v pravidlách. \*\*\*

Presne v okamihu, keď kráľ Mindelax aj so svojou družinou zmizol v jednej z ulíc ústiacej na hlavnú cestu, pribehol za generálom Tarrom zadychčaný posol, podal mu zväzok papiera a ľahol si na zem. Musel prejsť dlhú cestu. Generál Tarr rozvinul papier a prečítal ho. „Zmena plánu. Smerujeme do Werrnetru. Nieкто vraj vyplienil dedinu pod hradbami, cez ne sa však nedostal,“ povedal.

Hlas kapitána Tarru znel silne a dôrazne, no bojovníci si už zvykli, že zlými správami sa generál nedá ovplyvniť. Skupine nikto nemusel hovoriť, čo presne sa stalo. Všetci vedeli, že žiaden z ich nepriateľov by sa neodvážil vyplieniť dedinu rovno pod nosom kráľa a stráží jeho zámku Pullindrómu. Minimálne žiaden, ktorého poznali. . .

Vydali sa napred poháňaní nenávisťou a túžbou po pomste k zabijakom, ktorí nechcú bojovať s vojakmi, ale iba zbabelo vraždiť nevinných dedinčanov.

**Príklad č. 6:** Vo Werrnetre kedysi bývali tri manželské páry. Boli susedia a vieme o nich len toto: Pethor, Peloki a Pestark a ich manželky Iwonne, Aletrren a Jannua majú spolu 151 rokov. Každý muž je o 5 rokov starší od svojej manželky, Pethor je o rok starší ako Aletrren, Iwonne a Pethor majú dohromady 48 rokov, Pestark a Iwonne 52 rokov. Určte manželské páry a vek jednotlivých osôb.

O dva dni prišli do Werrnetru, zdanlivo úplne prázdnej dediny, ktorá by sa nápadne podobala na dedinu za priesmykom, keby sa hlavná ulica nekrútila okolo kopca až k vysokým kamenným hradbám chrániacim zámok kráľa – zámok Pullindróm.

**Príklad č. 7:** Vždy keď sa Ariadne zamyslela nad zámkom, napadli jej príklady, kde sa používa palindróm: Číslu hovoríme, že je to palindróm, ak sa rovná číslu, ktoré dostaneme, ak napíšeme jeho cifry v opačnom poradí – teda sa odpredu aj odzadu číta rovnako. Napríklad číslo 47774 je palindróm. Ariadne zobrala číslo 461, prevrátila číslice (získala tak číslo 164) a sčítala ich.  $461 + 164 = 625$ . Ariadne celý postup ešte dvakrát zopakovala.  $625 + 526 = 1151$ .  $1151 + 1511 = 2662$ . Na jej veľké prekvapenie jej vyšlo číslo 2662, ktoré je palindróm. Bola zvedavá, či je to len náhoda, alebo jej palindróm vyjde vždy. Zobrala teda iné trojčiferné číslo. Prevrátila jeho číslice a dostala tak väčšie číslo, ako to pôvodné. Sčítala ich, no výsledok nebol palindróm. Proces zopakovala a vyšlo jej opäť trojčiferné číslo, ktoré však tiež nebolo palindrómom. Celý postup musela zopakovať ešte dvakrát, aby jej konečne vyšlo štvorčiferné číslo, ktoré bolo palindrómom. Akým trojčiferným číslom Ariadne začínala pri svojom druhom pokuse?

Bojovníci vyšli na prvé menšie námestie, keď začuli to dunenie. Zo všetkých domov, ktoré obklopovali námestie, sa vyhrnulo zo 10 bojovníkov v ťažkej čiernej výzbroji a z obidvoch strán ulice prichádzali ďalší.

**Príklad č. 8:** Námestie bolo štvorcové, so stranou  $a = 10$  m. Predstavte si, že by sme každý bod obvodu námestia ofarbili na modro alebo zeleno. Dokážte, že pre ľubovoľné ofarbenie sa vždy dajú na obvode nájsť body rovnakej farby tak, aby tvorili trojuholník s obsahom aspoň  $25 \text{ m}^2$ .

Boli v pasci a teraz už každému z nich pripadalo hlúpe, že vošli rovno do slepej uličky, úplne bez obozretnosti. Všetci zaujali obrannú pozíciu a Mortrix chytil Atiadne za ruku. Jediné, čo jej povedal, bolo: „Keď poviem, bež dole.“