Vzorové riešenia 1. kola zimnej série 2013/2014

Príklad č. 1 (opravovali Marka, Jumaj):
Zadanie:
Riešenie: Napíšme si do tabuľky 1, koľko vážiek musí svietiť na zobrazenie jednotlivých čísel. Vidíme, že najšetrnejšia cifra je 1 a najmenej šetrná 8. Najšetrnejší čas teda bude 11:11. Najmenej šetrný 08:08, lebo 8 nemôže byť prvá ani tretia cifra, teda použijeme cifru s druhým najväčším počtom vážok. Môžeme použiť jedine 0 (pre 9 a 6 platí to isté, čo pre 8).

Číslo	Počet vážiek	Číslo	Počet vážiek
1	2	2	5
3	5	4	4
5	5	6	6
7	3	8	7
9	6	0	6

Tabuľka 1: Šetrnosť jednotlivých čísel

Pozrime sa na hornú vážku v tretej cifre, pri 0 svieti, pri 1 nesvieti, pri 2, 3 svieti, pri 4 nie a pri 5 áno. Ostatné čísla na mieste desiatok minút byť nemôžu. Teda za jednu hodinu sa vážka zmení 4-krát. Deň má 24 hodín. Teda za jeden deň sa zmení $24 \cdot 4 = 96$-krát.
Odpoveď: Najšetrnejší čas je 11:11, najmenej šetrný 08:08. Vážka v tretej cifre hore zmení svoj stav za deň 96-krát.
Komentár: Väčšina ste príklad zvládli, no niektorí ste dostatočne nerozpísali váš postup. Príklad riešilo aj pár prímanov, ktorým sme žiaľ nemohli body zarátať. Aby ste sa straty bodov vyvarovali, nabudúce napíšte celý váš myšlienkový postup. Prečítajte celé pravidlá aspoň raz, aby ste neriešili príklady, ktoré nie sú pre váš ročník. Celkovo vás chválime, pekne :)

Príklad č. 2 (opravovali Lia, Katka):
Zadanie:
Riešenie: Prvé, čo bolo dobré si uvedomiť, je, že dva najväčšie rozdiely v tipoch (16 a 17) sa spolu rovnajú rozdielu medzi najväčším a najmenším tipom. To potom znamená, že tí, čo tipli najviac a najmenej (Barra a Arrtrix) sa pomýlili buď o 16 alebo 17.

Počet mŕtvych nemôže byť väčší, než tipol Arrtrix, pretože Barra by sa potom pomýlil o viac než 33. To však zadanie nedovoľuje. Počet mŕtvych však taktiež nemôže byť nižší, než tipol Barra, pretože potom by sa Arrtrixov odhad líšil od skutočnosti o viac než 33 bojovníkov.
Tým pádom nám stačí odskúšať dve možnosti:

1. $163 + 17 = 180$ a zároveň $196 - 16 = 180$. Skarrlet by sa v tomto prípade mýlila o 5 a Rramgad o 2. To však zadanie nedovoľuje, pretože bojovníci sa môžu mýliť len o hodnoty 1, 6, 16 a 17. Táto možnosť teda nie je správna.
2. $163 + 16 = 179$ a zároveň $196 - 17 = 179$. Skarrlet by sa v tomto prípade mýlila o 6, čo je v súlade so zadaním a Rramgad by sa mýlil o 1, čo tiež platí. Barra sa teda mýlil o 16, Rramgad o 1, Skarrlet o 6 a Arrtrix o 17.

Najbližšie bol Rramgad, tak ho pozdravujeme.
Odpoveď: Obetí našli 179. Najlepší odhad má Rramgad (pomýlil sa len o jedna).
Komentár: Chceme len podotknúť, že príklad sa dal riešiť aj skúšaním, no takéto riešenia sme uznávali, len ak ste vypísali všetky možnosti. Príklad ste väčšina zvládli krásne. Ostatní, nevešajte hlavy, nabudúce to vyjde lepšie. :)

Príklad č. 3 (opravovala Hanka):

Zadanie:

Riešenie: Najprv si rozoberieme prípad prvého trezoru. Vidíme, že čísla na prvom trezore sú usporiadané do 4 „vrstiev“ po 6 čísel. Prvá vrstva obsahuje párne čísla od 2 do 12, druhá obsahuje párne čísla od 14 do 24, tretia párne čísla od 26 do 36 a štvrtá párne čísla od 38 do 48. Našou úlohou bude otáčať jednotlivými vrstvami do takej vzájomnej polohy, aby súčet čísel vo všetkých 6 stĺpcoch bol rovnaký. Keďže súčet všetkých čísel na trezore je 600, súčet v stĺpcoch bude 100 (lebo $600/6 = 100$).

Môžeme si všimnúť, že na prvej a druhej vrstve čísla stúpajú v smere a na tretej a štvrtej vrstve proti smeru hodinových ručičiek. Ak teda najmenšie číslo z prvej vrstvy nastavíme tak, aby bolo v stĺpci s najväčším zo štvrtej vrstvy, docielime to, že klesanie čísel o 2 v smere hodinových ručičiek na štvrtej vrstve sa vykompenzuje stúpaním čísel o 2 v smere hodinových ručičiek na prvej vrstve. Čísla z prvej a štvrtej vrstvy teda utvoria dvojice s rovnakým súčtom, a to konkrétne 50.

Podobne postupujeme aj pri druhej a tretej vrstve, kde opäť vytvoríme dvojice čísel so súčtom 50.

Ak čísla na 1. a 4. vrstve a čísla na 2. a 3. vrstve pevne zafixujeme tak, aby tvorili dvojice so súčtom 50, dokážeme ešte tieto dvojice vrstiev (1 a 4, 2 a 3) rotovať a získame tak celkovo 6 možností, ktorými môžu byť čísla usporiadané tak, aby sa trezor otvoril.

V konečnom dôsledku však možností nie je len 6, ale dokonca 12, lebo nemusíme spraviť dvojicu z 1. a 4. vrstvy a z 2. a 3.. Stačí, ak budú vo dvojici vrstvy, ktorých čísla stúpajú opačným smerom (teda jedna, v ktorej stúpajú v smere hodinových ručičiek a jedna, v ktorej stúpajú proti smeru). Môžeme teda vytvoriť dvojice na 1. a 3. vrstve a 2. a 4. vrstve, no súčet v stĺpcoch bude vždy 100.

Čo sa týka druhého trezoru, celkový súčet čísel na ňom je 930. Keďže má (podobne ako prvý trezor) 6 stĺpcov, súčet čísel v jednom stĺpci by mal byť $930/6 = 155$. Číslo 155 je však nepárne, a na trezore sa nachádzajú len párne čísla. Keďže výsledkom sčítania párnych čísel môže byť len číslo párne, druhý trezor sa určite nedá otvoriť.

Odpoveď: Prvý trezor sa otvoriť dá, druhý nie.

Komentár: Príklad bol ľahučký a dal sa riešiť viacerými spôsobmi. Väčšina z vás ho zvládla úplne bez problémov a na 10 bodov. Pri prvom trezore stačilo popísať jedno možné otočenie vrstiev, no našlo sa vás dosť, čo ste prišli až na 6 možností. Chyby, čo ste väčšinou robili, boli z nepozornosti a úplne zbytočné. Išlo hlavne o numerické chyby pri sčítaní čísel na trezore, čo ma mrzelo, lebo väčšina z vás, čo takúto chybu spravila, na to išla naozaj dobre. Dávajte si teda pozor na takéto hlúpe chybičky, lebo kvôli nim úplne zbytočne strácate bodíky.

Príklad č. 4 (opravovala Zuzka):

Zadanie:

Riešenie: Prvé plukovníkove a druhé generálove vyhlásenie si odporujú a preto len jedno z nich môže byť pravdivé. Tiež plukovníkove druhé a generálove tretie vyhlásenie si odporujú a tiež len jedno z nich môže byť pravdivé. Keďže len jedno vyhlásenie každej osoby je nepravdivé, nemôžu byť nepravdivé aj prvé aj druhé plukovníkove vyhlásenia a ani druhé aj tretie generálove vyhlásenia.

A teda je nepravdivé prvé alebo druhé plukovníkove vyhlásenie a aj druhé alebo tretie generálove vyhlásenie. Z toho vyplýva, že tretie plukovníkove a prvé generálove vyhlásenie musia byť pravdivé.

Ak viem, že plukovník nastrieľal určite buď 180 alebo 200 bodov, tak generál podľa tretieho plukovníkovho vyhlásenia mohol nastrieľať 160 alebo 180. Každopádne to určite nemôže byť 240, takže majorove tretie vyhlásenie musí byť nepravdivé a teda ostatné majorove vyhlásenia sú pravdivé.

Podľa tretieho majorovho vyhlásenia nastrieľal o 60 bodov viac, pretože nemohol nastrieľať o 60 menej, lebo potom by nastrieľal najmenej, keďže plukovník nastrieľal viac ako generál a to by bolo v rozpore s prvým majorovým vyhlásením.

Keďže major nastrieľal o 60 viac, ako generál, a plukovník nastrieľal o 20 viac, ako generál, tak platí, že plukovník nastrieľal o 40 bodov menej, ako major a teda plukovníkove druhé vyhlásenie je pravdivé.

Z toho vyplýva, že plukovníkove prvé vyhlásenie je nepravdivé, generálove druhé vyhlásenie je pravdivé a generálove tretie vyhlásenie je nepravdivé. Čiže plukovník nastrieľal 200 bodov a z toho si vypočítame, že podľa druhého plukovníkovho vyhlásenia nastrieľal major 240 bodov. No a podľa tretieho plukovníkovho vyhlásenia nastrieľal generál 180 bodov.

Odpoveď: Plukovník Flintax nastrieľal 200 bodov, major Zumagast nastrieľal 240 bodov a generál Garr nastrieľal 180 bodov.
Komentár: Príklad bol pomerne jednoduchý a preto ho veľká väčšina z vás mala správne vyriešený. V čom ste však mnohí robili chybu bolo to, že ste len predpokladali, že plukovník má 200 bodov a neoverili ste si všetky možnosti, čo nie je korektné. Tento príkad ste tiež väčšinou riešili tak, že ste najskôr skúsili možnosť, kde prvé plukovníkove vyhlásenie je pravdivé a potom možnosť, kde je nepravdivé, čo bolo tiež správnym postupom.

Príklad č. 5 (opravovali Dada, Maťo-Paťo, Bendži):

Zadanie:
Riešenie: Najprv sme zistili, že súčet súčtov čísel domov v jednotlivé dni je $12+18+19+23+25+32 = 129$. Keďže doručil do každého domu tri listy, tak súčet domov, do ktorých doručil listy, je $129/3 = 43$. Vieme, že súčet všetkých domov je $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 = 55$ a teda súčet dvoch domov, v ktorých nebol, je $55 - 43 = 12$. Teraz ak vieme, že súčet dvoch domov, v ktorých nebola doručená pošta, je 12, tak nám z toho vyplýva, že dvojice domov, do ktorých neboli doručené listy, môžu byť 2 a 10, 3 a 9, 4 a 8 alebo 5 a 7.

Ďalej si všimnime piatok, v ktorom je súčet domov 32. Tento súčet dostaneme len ako $10+9+8+5 = 32$ alebo $10+9+7+6 = 32$.

Ak by platila prvá možnosť, tak by sme si vylúčili všetky dvojice, pretože 10 vylučuje 10 a 2, 9 vylučuje 9 a 3, 8 vylučuje 8 a 4 a 5 vylučuje 7 a 5. Tým sme vylúčili všetky dvojice, takže ostáva len druhá možnosť.

Ak by platila druhá možnosť, tak by sme číslom 10 vylúčili možnosť 10 a 2, číslom 9 by sme vylúčili možnosť 9 a 3, číslom 7 by sme vylúčili možnosť 7 a 5 a ako jediná nám ostala dvojica 8 a 4.
Odpoveď: Listy neboli doručené do domov s číslami 4 a 8.
Komentár: Väčšina z Vás mala príklad dobre, ale ak ste ho nemali dobre, tak to bolo väčšinou preto, že ste neodôvodnili poriadne, prečo to musí byť práve 4 a 8.

Príklad č. 6 (opravoval Peťo):

Zadanie:
Riešenie: Pozrime sa na druhé kolo. Podľa ohodnotenia vidíme, že hráč uhádol dve čísla a dve neuhádol. Keďže všetkých čísel je šesť, tak je zrejmé, že dve čísla, ktoré v tomto ťahu nehádal, musia byť v hľadanej kombinácii. Sú to čísla 1, o ktorej podľa prvého kola vieme, že je pod T, a 6, o ktorej zatiaľ nevieme, kde sa v kombinácii nachádza.

Zamyslime sa teraz nad tretím a štvrtým kolom. Čísla 1, 2, 3 a 4 sú v nich na rovnakých pozíciách ako v prvom kole, teda oni nemohli byť tie čísla, ktoré sú v hľadanej kombinácii, ale v týchto kolách sú na nesprávnej pozícii. To znamená, že v oboch je číslo 6 na zlej pozícii, a v hľadanej kombinácii sa nachádza pod H (pod T nemôže byť, lebo tam je 1). Tiež z toho vieme, že 3 sa vo výsledku nemôže nachádzať (rozmyslite si prečo, ako nápovedu vám dám, že to súvisí s prvým kolom).

Keď už vieme, že 3 nie je v hľadanej kombinácii, tak podľa prvého kola je jasné, že tam musia byť okrem 1 a 6 ešte aj 2 pod A a 4 pod Y. Teda kombinácia je 1264. Rýchlo skontrolujeme, či platia ohodnotenia v jednotlivých kolách, a môžeme prehlásiť, že sme príklad vyriešili a má len jedno riešenie.
Odpoveď: Hľadaná kombinácia je 1264.
Komentár: Príklad nebol ťažký, dalo sa ho riešiť viacerými spôsobmi, jeden z nich bol vypísanie všetkých možností, ktoré vyplývajú z prvého kola. Tu si však treba dať pozor, aby ste ich aj všetky vypísali a zdôvodnili, prečo môžu alebo nemôžu byť správne. Ak to nespravíte, tak sa to nepovažuje za dobré riešenie a nedostanete za neho body. Rovnako je to aj s riešeniami, ktoré obsahujú len výsledok.

Príklad č. 7 (opravovali Kuchtík, Murko):

Zadanie:
Riešenie: Najprv sa sústreďme na druhý a tretí riadok zhora. Neznáme číslo v druhom riadku si označíme A, v treťom B. Vieme, že Y je o päť väčšie, ako X, teda platí vzťah $Y = X+5$. Y si môžeme nahradiť za $X+5$ a dosadíme do rovnice: $Y+B = X+5+B = 85$. Teda: $X+B = 80$ a zároveň $X+B = A$, čo vyplýva z pyramídy. Ľavé strany rovníc sa rovnajú, teda sa musia rovnať aj pravé: $A = 80$.

Posuňme sa o riadok nižšie. Dve neznáme čísla si zľava označíme C a D, takže náš riadok vyzerá nasledovne: 14, C, 24, D.

$$X = 14 + C$$

$$B = 24 + C$$

$$X + B = 14 + C + 24 + C$$

$$X + B = 80$$

Za $X + B$ dosadíme 80:

$$14 + C + 24 + C = 80$$

$$2C + 38 = 80$$

$$2C = 42$$

$$C = 21$$

A teda:

$$X = 14 + C = 14 + 21 = 35$$

$$B = 24 + C = 24 + 21 = 45$$

Vieme, že Y je o 5 väčšie ako X, teda $Y = 35+5 = 40$, taktiež $Y = 24+D$, čiže $D = Y - 24 = 40 - 24 = 16$. Spodný riadok už len dopočítame sprava pomocou 1, ktorú poznáme: $16 - 1 = 15$, $24 - 15 = 9$, $21 - 9 = 12$, $14 - 12 = 2$. Ostáva nám len úplne horné políčko pyramídy, a to $80 + 85 = 165$.
Odpoveď: Doplnenú pyramídu vidíme na obrázku číslo 1.

		165		
	80	85		
	35	45	40	
14	21	24	16	
2	12	9	15	1

Obr. 1: Doplnená pyramída

Komentár: Príklad mal veľmi vysokú úspešnosť ale niektorí z vás skúšali tam, kde nemali, a pritom to mali nádherne načaté. Taktiež vám veľké problémy robilo správne napísať slovo pyramída.

Príklad č. 8 (opravovali Danka, ViRPo):

Zadanie:

Riešenie: Máme pred sebou súčet dvoch neznámych čísel a neznámy výsledok. Napriek tomu vieme úlohu vyriešiť, pretože vieme, že za rovnaké znaky máme doplniť rovnaké číslice. Označíme si znaky ako väčšina z vás abecedne a zároveň si očíslujme stĺpce tak, ako to vidíme v tabuľke 2.

Keďže zo súčtu dvoch sedemciferných čísel dostaneme jedno osemciferné, vieme, že nastane prechod cez desiatky. Prechod cez desiatky vie mať maximálnu hodnotou 1, napríklad $8 + 9 = 17$, a preto A bude určite mať hodnotu 1.

Aby z druhého stĺpca nastal desiatkový prechod do prvého stĺpca, musí byť v druhom stĺpci $A + E = 1 + E = H$ aspoň 10. V prípade, že by nastal prechod desiatok z tretieho do druhého stĺpca, môže byť $E = 8$, ak sa tak však nestane, musí byť $E = 9$. Ak by $E = 8$, potom v treťom stĺpci $B + H = E = 8$ a v druhom $A + E + zv. = 1 + 8 + 1 = H$. Za každých okolností však bude výsledok sčítania v druhom stĺpci aspoň 10, no zároveň nevieme získať hodnotu väčšiu, než 10. Preto platí, že $H = 0$ a teda v treťom stĺpci

1	2	3	4	5	6	7	8
	A	B	C	D	E	F	G
+	E	H	D	E	H	A	F
A	H	E	A	I	E	I	J

Tabuľka 2: Zámena obrázkov za písmenká

$B+H=B+0=E=8$ máme možnosti dve: $B=8$, alebo $B=7$, ak by nastal prechod desiatok zo štvrtého stĺpca do tretieho.

Ak sa však pozrieme na štvrtý stĺpec, tak ten vraví: $C+D=A=1$. No aby súčet dvoch čísel dal na mieste jednotiek cifru 1, máme znova 2 možnosti. Tou prvou je, že jedno z dvojice C, D sa rovná 1 a druhé sa rovná 0. Dve rôzne písmenká však nemôžu mať rovnakú hodnotu a už vieme, že $A=1$. Preto nastane pre štvrtý stĺpec tá druhá možnosť a tou je, že $C+D=11$, pretože to je jediný ďalší súčet dvoch jednociferných čísel, ktorý má na mieste jednotiek cifru 1.

V treťom stĺpci teda ku $B+H$ pripočítame aj desiatkový prechod zo štvrtého stĺpca a dostaneme $B+H+zv=B+0+1=E$, teda $B+1=E$. E je teda o 1 väčšie, než B.

Ak by teda $E=8$, potom $B=7$ a túto možnosť ideme nasledovnými krokmi vylúčiť:

Vieme povedať, že z piateho stĺpca ($D+E=D+8=I$) sa nám musia desiatky presunúť do štvrtého, pretože za D tu nemôžeme dosadiť ani 0, ani 1, pretože tie už majú iné písmenká. Taktiež D nemôže byť 2 ani 3, pretože potom by I muselo byť nejaká cifra z už dosadených cifier. Keďže D bude väčšie, ako 3, tak vieme, že z piateho stĺpca sa desiatky naozaj presunú do štvrtého.

Už pred tým sme zistili, že súčet čísel v štvrtom stĺpci má výsledok 11 a už vieme, že sa k nemu pripočítava aj prechod desiatok z piateho stĺpca. To si upravme: $D+C+zv.=D+C+1=11$, preto $D+C=10$. Ak $D>3$, ako sme si dokázali pred chvíľou, a zároveň jeho súčet s C má byť rovný 10, tak musia byť čísla C a D rovné jedno 4 a druhé 6.

Ak by sme dosadili $D=6$, z piateho stĺpca by sme dostali $I=4$, čo by bolo v spore s $C=4$, keďže sme povedali, že jedno z C a D je rovné 6 a druhé 4. Ak by sme dosadili $D=4$, z piateho stĺpca by sme dostali $I=2$, čo by sa nedalo dosadiť do siedmeho stĺpca, kde by muselo platiť, že $F=1$, čo by bolo v spore s už určeným $A=1$.

Týmto sme teda vylúčili možnosť $E=8$.

Preto $E=9$, čo dosadíme do druhého stĺpca: $A+E=1+9=10=H$, takže $H=0$, čo dosadíme do tretieho stĺpca: $B+H=B+0=E$, určite nemôže nastať $B=E$, ale vo štvrtom stĺpci musí nasťať znova desiatkový prechod, ktorý sa pričíta ku B. Preto $B+1=E$, teda $B=8$. Náš postup si zapíšeme do tabuľky 3.

1	2	3	4	5	6	7	8
	1	8	C	D	9	F	G
+	9	0	D	9	0	1	F
1	0	9	1	I	9	I	J

Tabuľka 3: Doplnený algebrogram

Uvedomíme si, že sme ešte nedoplnili čísla od 2 po 7, a z predošlého kroku vieme, že vo štvrtom stĺpci nastane desiatkový prechod. Súčet v tomto štvrtom stĺpci je rovný 1 alebo 11, avšak aby to mohlo byť 1, museli by byť C a D rovné jedno 1 a druhé 0, no tieto čísla už sme dosadili. Preto $C+D=11$, no stále počítame s tým, že sa ku $C+D$ môže pripočítať desiatkový prechod z piateho stĺpca.

A rovno vieme povedať, že tento desiatkový prechod z piateho do štvrtého stĺpca nastane, keďže piaty stĺpec vyzerá takto: $D+E=D+9$, pričom čísla 0 a 1 už máme použité, preto $D+E$ je aspoň 11.

Keďže prechod desiatok zo štvrtého do piateho stĺpca nastane, tak platí $C+D+1=11$, teda $C+D=10$. $C+D$ sú preto niektorá z kombinácií $3+7$ alebo $4+6$ (alebo vo vymenenom poradí). Preskúšajme teda všetky možnosti.

Ak by $D = 3$, potom v piatom stĺpci $D + E = 3 + 9 = 12 = I$ by bolo $I = 2$, čo však nesedí do siedmeho stĺpca, kde $F + A = I = F + 1$, teda $F = 1$, avšak hodnotu 1 už má A. Táto možnosť teda nesedí.

Ak by $D = 6$, ako už vieme, $C + D = 10$, kam dosadíme D a dostaneme $C + 6 = 10$ a teda $C = 4$. $D = 6$ znova dosadíme do piateho stĺpca a dostávame $D + E = I = 6 + 9 = 15$, $I = 5$. Pre F, G a J nám zostala trojica čísel 2, 3 a 7, pričom v ôsmom stĺpci má platiť $G + F = J$, čo žiadnou kombináciou týchto troch čísel nedostaneme.

Ak by $D = 7$, potom zo vzťahu $C + D = 10$ dostaneme $C = 3$ a dosadením $D = 7$ do piateho stĺpca dostávame $D + E = 7 + 9 = 16$, teda $I = 6$. Pre ôsmy stĺpec pre trojicu písmen F, G a J nám zostala trojica čísel 2, 4 a 5, ktorú však nedokážeme doplniť tak, aby platilo z ôsmeho stĺpca $G + F = J$.

Preto $D = 4$, čo dosadíme do $C + D = 10$, teda $C = 6$. D dosadíme do piateho stĺpca, $D + E = 4 + 9 = 13$, takže $I = 3$. Pre trojicu písmen F, G a J nám zostala trojica čísel 2, 5 a 7 a tú vieme do $G + F = J$ dosadiť ako $2 + 5 = 7$ alebo $5 + 2 = 7$. Siedmy stĺpec ale vraví, že $F + A = I$, teda $F + 1 = 3$, preto $F = 2$ a teda $G = 5$, no a nakoniec $J = 7$.

Odpoveď: Doplnený súčet je zobrazený v tabuľke 4.

	1	8	6	4	9	2	5
+	9	0	4	9	0	1	2
1	0	9	1	3	9	3	7

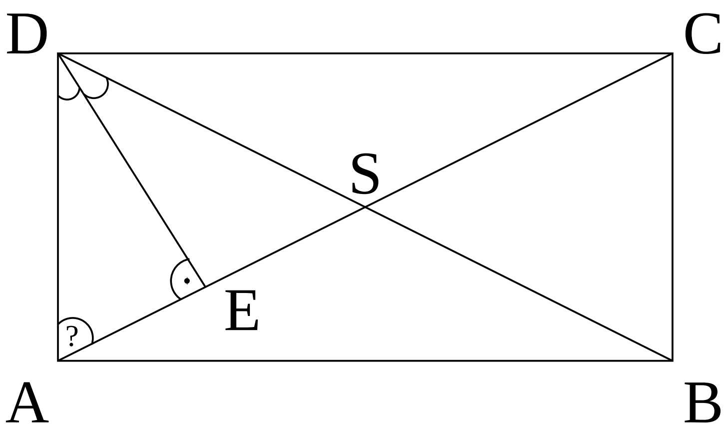
Tabuľka 4: Vyriešený algebrogram

Komentár: Väčšina z vás postupovala pri riešení správne, avšak keď ste prišli ku bodu, odkiaľ viedlo viac možností, neukázali ste, prečo sú nesprávne a len jedno je správne, ale iba ste skonštatovali, že ostatné nevyjdú. Práve dokázať, že ostatné možnosti nevedú ku správnemu riešeniu nebolo také ľahké, a preto sme to od vás požadovali. Dajte si na to preto do budúcna pozor a píšte kompletný postup vášho riešenia, pretože my príkladu rozumieme, ale chceme vidieť, že mu rozumiete aj vy. ;)

Príklad č. 9 (opravovali Tete, Maggie):

Zadanie:

Riešenie: Nakreslíme si pohľad zhora na Zelený les tak, ako na obrázku 2. Vieme, že trojuholník ASD je rovnoramenný zo základňou AD, pretože uhlopriečky v obdĺžniku sa rozpoľujú. Teda aj uhly DAS a ADS sú rovnaké, lebo v rovnoramennom trojuholníku sú uhly pri základni rovnaké.



Obr. 2: Zelený les

Keďže $|\sphericalangle ADS| = |\sphericalangle ADE| + |\sphericalangle EDS|$, a keďže $\sphericalangle ADE$ je rovnaký, ako $\sphericalangle EDS$, tak sa $|\sphericalangle ADS| = 2 \cdot |\sphericalangle ADE|$, a teda sa $\sphericalangle ADS$ rovná $\sphericalangle DAS$.

Teraz si zoberieme trojuholník ADE. Vieme, že súčet uhlov v trojuholníku sa rovná 180°. Teda vieme, že: $|\sphericalangle DAE| + |\sphericalangle ADE| + |\sphericalangle DEA| = 180°$. Uhol DAE sa rovná uhlu DAS aj uhlu DAC, pretože body A,

E, S a C ležia na jednej priamke. Z toho vyplýva, že:

$$2 \cdot |\sphericalangle ADE| + |\sphericalangle ADE| + 90° = 180°$$

$$3 \cdot |\sphericalangle ADE| = 90°$$

$$|\sphericalangle ADE| = 30°$$

A keďže $|\sphericalangle DAS| = 2 \cdot |\sphericalangle ADE|$, tak sa veľkosť uhla DAS (a teda aj DAC) rovná 60°.
Odpoveď: Uhol DAC má 60°.
Komentár: Príklad nebol až taký ťažký, väčšina z vás ho mala dobre. Jediné, za čo sme strhávali body bolo, že ste nedostatočne vysvetlili, prečo sa $|\sphericalangle DAS|$ rovná $2 \cdot |\sphericalangle ADE|$. Inak ste zvládli príklad veľmi dobre.

Prémia (opravoval Emil):

Zadanie:
Riešenie: Zadanie bolo tentoraz priam prémiovo zapeklité. Ak ste si ho však starostlivo prečítali, zistili ste, že robotníci sídliaci na I9 si musia najprv vybrať jeden z prístrojov na odpad. Zvoľme teda prístroj na A10. Ďalším krokom je voľba cesty, ktorou sa robotníci k prístroju vyberú. Musí to však byť najkratšia cesta. Takýchto ciest je ale väčšinou niekoľko (aj tentoraz), a v tom prípade z nich musíme vybrať takú, na ktorej leží najväčšie množstvo odpadu. A ak je aj takých ciest viac, môžeme si z nich jednoducho vybrať. Z I9 teda pôjdeme nasledovne (písať budeme len začiatočné/koncové políčka „ťahu“ a políčka, v ktorých robotníci menia smer):

1. I9-H9-H10-A10 (9 polí)
2. A10-A1 (9 polí)
3. A1-B1-B7(7 polí)
4. B7-B10-A10(4 polí)
5. A10-A9-F9-F7-H7-H5-G5(13 polí)
6. G5-G3-E3-E4-C4-C7-B7(11 polí)
7. B7-B8-J8-J10(11 polí)
8. J10-J2-C2(15 polí)
9. C2-C3-I3-I10-J10(15 polí)
10. J10-J9-D9-D6-C6-C2(15 polí)
11. C2-C1-J1(8 polí)
12. J1-J4-G4-G5(7 polí)
13. G5-I5-I9(6 polí)

Takto robotníci prešli 130 polí a upratali všetok odpad.
Komentár: Veľa z vás prehliadlo veľmi podstatné časti zadania. Napríklad, že k vybranému prístroju „sa pohybujú na čo najmenej polí“. To úplne zmenilo vašu úlohu, takže ste dostali iba jeden bod. Ďalší prehliadli, že „z takýchto ciest si vyberieme tú, na ktorej sa nachádza najviac vriec s odpadkami“. To už bola len mierne modifikovaná úloha, takže ste dostali 3 alebo 4 body. Ostatní sa z úlohou popasovali statočne a dostali ste podľa rýchlosti vašej cesty 5 až 7 bodov.