

## Zadania 3. kola letnej série 2013/2014

Termín: 05.05.2014

Naša adresa: Riešky, Mgr. Viera Babišová, Gymnázium Grösslingová, Grösslingová 18, 811 09 Bratislava 1

Elektronické riešenia: <http://riesky.sk/>

„Konečne sme doma, Puk! Tak mi to tu chýbalo (a navyše už som mal dosť tých tvojich hier)!“  
 „Aj ja som rád, že sme doma. Toto bola snáď jediná normálna cesta s tebou. Kam tak doblba kukáš?“  
 „Na tie schody, tie pohyblivé. Vidíš ako rýchlo idú?“

**Príklad č. 7:** Rád by som vedel, koľko schodov na eskalátore môžem naraz vidieť. Aby som to zistil, vybehnem po ňom konštantnou rýchlosťou (schody/s) v smere pohybu schodov a zapíšem si počet schodov  $A$ , na ktoré som stúpil. Následne sa otočím a zbehnem po ňom rovnakou konštantnou rýchlosťou v protismere a zapíšem si počet schodov  $B$ , na ktoré som stúpil. Ak  $A = 24$  a  $B = 264$ , koľko schodov je naraz vidno v každom okamihu? Behám vždy po jednom schode a žiadne nepreskakujem.



„Jejda, tými tvojimi hádankami a hrami si mi úplne doplietol hlavu, nič iné mi po rozume nebehá.“  
 „Ty, Alfonz, počúvaj. Smerom sem, keď sme sedeli v lietadle, nezдалo sa ti, že v Muchove je nejak viac vody, ako bývalo? Nejak sa mi to nezdá. Čo sa tu udialo? Nejaká záplava?“  
 „Dokelu, fakt! Veď cez Muchov žiadna rieka netiekla, a pozri, čo to tu... Pozor, ľudia!“

**Príklad č. 1:** Traja ľudia, jedna veľká opica a dve malé opice stoja na jednom brehu a chcú prejsť cez rieku. Iba ľudia a veľká opica dokážu veslovať. V žiadnom momente nemôže byť na brehu viac opíc, ako ľudí (môžete hádať prečo). Do lode sa zmestia najviac dvaja a najskôr všetci pri brehu vystúpia, až potom nastúpia ďalší. Ako sa dostanú všetci na druhý breh?

„Tí čo tu robili? Ešteže vieme lietať, nechcelo by sa mi tam čakať s opicami.“  
 „Puk! Ak tu boli záplavy, čo je s mojím domom?! A zvieratami?!“  
 „Ideme to skontrolovať! Už ho vidím! Jejda...“  
 „To čo toto? Plot zvieratiek je narušený! To tá voda, treba doplniť tieto kachličky na plote. Pomôžeš mi, prosím, Puk?“

**Príklad č. 5:** Pred Alfonzom stálo 5 kachličiek. Dve mali rozmery  $3 \times 1$  a ostatné mali rozmery  $2 \times 2$ . Všetky spolu tvorili obdĺžnik s rozmermi  $3 \times 6$  (riadky  $\times$  stĺpce), pričom jeho prvý riadok tvorili dve kachličky  $3 \times 1$ , dotýkajúce sa svojimi kratšími stranami. Ostatné tri kachličky boli položené tak, aby doplnili obdĺžnik. Puka vtedy niečo napadlo. Kachličky si nakreslil na papier. Jeho obrázok pozostával z 16 úsečiek rôznych farieb tak, že žiadna neprechádzala „križovatkou úsečiek“, ale v nej končila alebo začínala. Dá sa cez obrázok nakresliť neprerušovaná čiara (nemusí byť rovná), začínajúca i končiaca na ľubovoľnom mieste tak, aby každou z rozličných úsečiek prechádzala práve raz?

„Uf, to bolo o chlp. Ešte treba zrátať zvieratá, či nejaké neušli!“  
 „Uáá, takéto som ešte nikdy nevidel! Hádam len v ZOO! Nezahráme sa s nimi?“

**Príklad č. 3:** Alfonz a Puk hrali spolu nezvyčajnú hru. Mali ohradu s 30 zvieratkami. V každom ťahu môžu buď zobrať tri zvieratká z ohrady, alebo jedno pridať. Kto zoberie posledné zvieratko, vyhral. Muchy sa striedajú, začína Alfonz. Existuje pre niektorého z nich víťazná stratégia? Ak áno, pre ktorého a aká?

„Všetky! Aspoň že tak. Teraz by sme mali ísť skontrolovať byt.“

„Alfonz! Preboha, veď to ty si vytopil celý Muchov! Voda z kúpeľne sa ti stále len valí a valí! Ak to tak bolo niekoľko dní...“

„Jeejda, ja som zabudol...“

„Alfonz! Tak poď, zastavíme to a dáme ti to tu do poriadku.“

„Prosím, aj kachličky treba dať naspäť, nejako to nevydržali...“

**Príklad č. 2:** Máme plochu  $3 \times 10$  a chceme ju vydláždiť dlaždicami  $3 \times 1$ . Koľkými spôsobmi sa to dá?

„Hotovo!“

„To hej. Počuj Puk, poďme na zmrzlinu! Ako vďaka za tvoju pomoc a spoločnosť a dlžím ti peniaze... Pozývam ťa!“

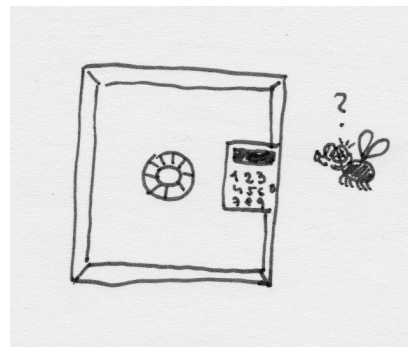
„Dobre teda. A už máš peniaze?“

„Nooo... ale áno, v trezore, ktorý je však zakódovaný...“

„Tváriš sa, akoby si si ten kód nepamätal, je to tak!“

„Nepamätám si ho, to je pravda, ale mám pomôcku tuto v zošite, takú hádanku.“

„Daj sem, ja na to aj tak prídem. Čítam nahlas.“



**Príklad č. 4:** V nasledujúcom príklade doplňte rovnaké číslice za rovnaké písmenká a rôzne číslice za rôzne písmenká tak, aby rovnosť sedela:

$$UŠIAK + KAŠA = 17541$$

„Alfonz, ale veď to nefunguje!“

„Hups, ja som ti dal zlú hádanku!“

„Ty si ale popleta...“

**Príklad č. 6:** Myslí si prirodzené číslo, pre ktoré platí:

- je menšie ako 150,
- po vynásobení číslom 800 z neho vznikne druhá mocnina prirodzeného čísla,
- keď sčítame hľadané číslo a tú druhú mocninu, vznikne číslo, ktoré keď napíšeme obrátene, je deliteľné tromi.

Uhádneš ho? Dlhو si rozmýšľal, ale úloha sa nedala vyriešiť jednoznačne. Dostaneš teda ešte jednu pomôcku: „Keby si vedel počet jeho cifier, úloha by sa dala vyriešiť.“ Aké je hľadané číslo?

Pomôcka: Druhá mocnina je také číslo, ktoré vznikne tým, že vynásobíme nejaké číslo sebou samým.

„Dvadsať chlpov, tridsať chlpov, štyridsaťpäť chlpov... Dokopy tu mám sto chlpov, akurát na zaplatenie zmrzliny pre nás dvoch.“

„A do ktorej zmrzlinárne pôjdeme? Chceme obehať nebodaj všetky? Aj tie krajné?“

„Môžeme, času je dosť. Tak sa na to pozrime. Mapa, mapa, mapa, aha – mapa!“



**Príklad č. 9:** Máme na mape nakreslených 47 bodov. Vieme z nich vybrať takých 13 bodov, ktoré keď pospájame, všetky ostatné body budú ležať vnútri vzniknutého 13-uholníka. Dopočul som sa, že potom sú dva od seba najvzdialenejšie body z týchto 47 určite dvoma vrcholmi tohto 13-uholníka. Ja však takýmto klebetám neverím a myslím si, že to tak vôbec nemusí byť. Aká je pravda?

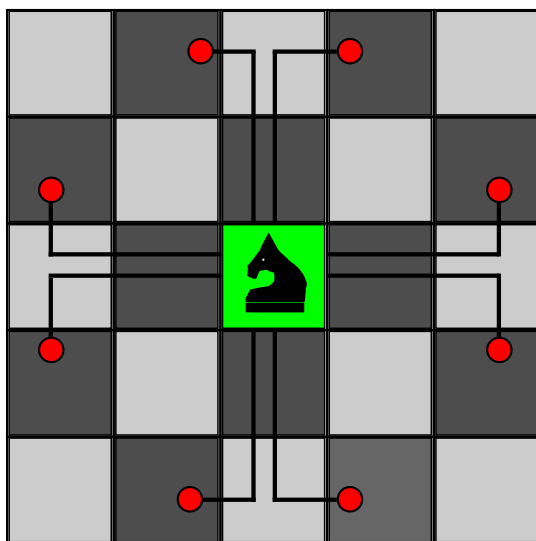
„Jejda, no tuším, že toto bude ešte len dlhá cesta.“

„Nevadí Puk, mám pre teba hádanku, teraz konečne ja. Aby si vedel, aj ja sa hrávam inteligentné hry. Toto som spravil v ešte v lietadle!“

**Prémia:** Hral som šach a napadlo ma, či by som vedel prejsť všetky políčka šachovnice jazdcom. To sa mi však podarilo príliš rýchlo, túto úlohu ti nedám. Radšej skús zistiť, koľko najviac políčok vie jazdec prejsť na špeciálnej šachovnici  $7 \times 7$  tak, aby každým prešiel práve raz. Začínať môže na ľubovoľnom políčku. Jazdec sa pohybuje ako bežne v šachu, ako je to na obrázku 1.

(Pokyn: Pri tomto príklade stačí napísať v akom poradí jazdec chodil po políčkach a koľko prešiel.)

\*\*\* Tento príklad je bodovaný inak ako ostatné. Viac informácií nájdeš v pravidlách. \*\*\*



Obr. 1: Jazdec

„Ahaho, kto to sem ide! Ty si mi minule rozbil môj stánok predsa!“

„Alfonz? O čom to ten zmrzlinár hovorí?“

„Eeeh, Puk? No, ja ...“

„Povedz mi, že to nie je pravda Alfonz!“

„Veru je, ako že som zmrzlinár Ušiak! Na oplátku mi pomôžete dať dokopy môj nový stánok, začnite hneď logom!“

**Príklad č. 8:** Zmrzlinárstvo patriace Ušiakovi si dalo urobiť nové logo. Boli na ňom dve rovnobežné nekonečne dlhé rovné čiary a na jednej z nich body  $Z$  a  $U$  -  $Z$  ako zmrzlinárstvo a  $U$  ako Ušiak. Alfonzovi sa však nepáčilo, že sa úplne zabudlo na slovíčko „patriace“. Preto chcel na čiaru, kde sú  $Z$  a  $U$ , nakresliť taký bod  $P$ , ktorý je rovnako vzdialený od  $Z$  aj od  $U$ . Aby to nemal také ľahké, Ušiak mu dovolil používať len rovné pravítko bez rysky a bez stupnice. Ako to má urobiť? Prečo to tak bude platiť?



„Alfoooonz!!! Ty si jedna veľká pohroma.... Aby si vedel, ja už s tebou nikam nepôjdem, najskôr tak v budúcom živote!“