Vzorové riešenia 1. kola letnej série 2013/2014

Príklad č. 1 (opravoval MaťoPaťo):

Zadanie:

Riešenie: Ako prvé si uvedomme, že v našom päťuholníku sa nachádzajú iba dva typy trojuholníkov. Prvý typ je taký, že základňa trojuholníka je rovná strane päťuholníka. Takéto trojuholníky sú: ABD, ACD, ACE, BCE a BDE. Môžme si všimnúť, že v týchto trojuholníkoch je vždy 5 kamienkov vrátane toho stredného.

Druhý typ trojuholníkov je taký, že strany päťuholníka sú ramená trojuholníka. Tieto trojuholníky sú: ABC, BCD, CDE, DEA a ABE. Všimnime si, že v nich sú vždy 3 kamienky a nie je v nich stredný. Z tohto môžeme teda usúdiť, že stredný kamienok bude iba v piatich predchádzajúcich trojuholníkoch.

Ostáva nám posledná úloha. Všimnime si, že kamienky sa nachádzajú v troch rôznych umiestneniach. Prvý je stredný päťuholník, ten je jeden a kamienok je započítaný v piatich trojuholníkoch. Druhé umiestnenie je také, že je to trojuholník, ktorého jedna strana je strana veľkého päťuholníka. Kamienky v tomto umiestnení sú započítané trikrát, pretože pre kamienok pri strane AB je v trojuholníkoch ABE, ABD a ABC. Tretia možnosť umiestnenia je taká, že kamienok je pri vrchole päťuholníka. Tieto kamienky sú započítané štyrikrát, pretože pre kamienok pri vrchole A to sú trojuholníky ABE, ACD, ABD a EAC. Z tohto vyplýva, že každý kamienok je započítaný aspoň trikrát.

Odpoveď: V trojuholníkoch ABD, ACD, ACE, BCE a BDE je 5 kamienkov a v trojuholníkoch ABC, BCD, CDE, DEA a ABE sú 3 kamienky. Stredný kamienok je započítaný päťkrát a každý kamienok je započítaný aspoň v troch trojuholníkoch.

Komentár: Príkladu ste všetci porozumeli a dobre ho vypočítali, ale často ste zabúdali zdôvodniť, prečo to je tak, ako ste napísali. Dávajte si na to do budúcna pozor, aby ste zbytočne nestrácali body.

Príklad č. 2 (opravovala Gabika):

Zadanie:

Riešenie: Keďže zadanie nešpecifikovalo, či je alebo nie je retiazka spojená „do kruhu“, uznávali sa obe varianty a obe si ich tu aj vysvetlíme. Uvedomme si ale najprv, že keď otvoríme krúžok z retiazky, tak sa tento krúžok úplne oddelí od ostatných. Krúžok nie je zvlášť spojený s krúžkom napravo a naľavo.

Nepamätáme si, koľko stojí noc v hoteli, potrebujeme teda byť schopní zaplatiť ľubovoľnú sumu od jedného po sedem krúžkov.

Pozrime sa na prípad, keď krúžky nie sú spojené „do kruhu“. Je jasné, že aspoň jeden krúžok otvoriť musíme, poďme sa postupne pozrieť, ktorý. Ak by sme otvorili krajný krúžok, dostali by sme jeden samostatný krúžok a šesť spojených do retiazky. Takto ale nevieme zaplatiť sumu dvoch, troch, štyroch, či piatich krúžkov. Ak by sme otvorili druhý krúžok od kraja, retiazka by sa rozpadla na dva samostatné krúžky a 5 spojených. Takto stále nevieme zaplatiť sumu troch či štroch krúžkov. Skúsme otvoriť tretí krúžok od kraja, retiazka sa rozpadne na dva, jeden a štyri krúžky. Pomocou nich už vieme zaplatiť ľubovoľnú sumu od 1 po 7:

$$1 = 1 \;\Big|\; 2 = 2 \;\Big|\; 3 = 1 + 2 \;\Big|\; 4 = 4 \;\Big|\; 5 = 1 + 4 \;\Big|\; 6 = 2 + 4 \;\Big|\; 7 = 1 + 2 + 4$$

Teda v tomto prípade stačí otvoriť jeden krúžok, a to tretí z kraja.

Pozrime sa teraz na prípad, keď sú krúžky retiazky spojené do kruhu. V tomto prípade je jedno, ktorý krúžok otvoríme ako prvý, retiazka sa nám rozpadne na jeden samostatný a šesť spojených krúžkov. Vidíme, že aby sme vedeli zaplatiť sumy medzi 2 a 5 krúžkami, musíme otvoriť ďalší krúžok spomedzi šiestich spojených. Ak by sme otvorili krajný zo šiestich, stále by sme nevedeli zaplatiť sumu 3 alebo 4 krúžky. Skúsme druhý krúžok z kraja spomedzi šiestich spojených. Dostaneme tak tri samostatné krúžky a zvyšné 4 spojené. Takto už vieme zaplatiť všetky sumy. Podobne by to dopadlo, ak by sme otvorili tretí krúžok z kraja, dostali by sme dva samostatné, dva spojené a tri spojené krúžky.

Odpoveď: Pokiaľ retiazka nie je spojená do kruhu, treba otvoriť tretí krúžok od kraja. Ak je retiazka spojená do kruhu, otvoríme ľubovoľný krúžok a krúžok o dva alebo o tri krúžky od prvého otvoreného.

Komentár: Keďže v zadaní nebolo napísané, či je alebo nie je retiazka spojená do kruhu, uznávali sa obe riešenia. Niektorí z vás dokonca uviedli oboje, tým patrí pochvala :) Ďalší z vás zistili, na aké časti (1, 2 a 4 krúžky) treba retiazku rozdeliť, ale nenapísali, ktorý krúžok treba otvoriť, aby sme to dosiahli. Na to si treba dať pozor a dobre si prečítať, na čo sa pýta zadanie, inak zbytočne strácate body.

Príklad č. 3 (opravovali Dada, Zajo):

Zadanie:

Riešenie: Ako prvé si uvedomíme, že všetkých 5 štvorcov na obrázku **??** je rovnako vyfarbených (ten stredný je otočený). Stačí nám preto vypočítať obsah vyfarbenej časti v jednom z nich. Oko nám napovedá niečo, na čo väčšina z vás prišla, a to, že vyfarbená bude polovica. To ale ani zďaleka nestačí, treba dokázať prečo. Vieme, že horná a spodná časť sú delené šikmými čiarami na 2 cm úseky.

Ak spojíme miesta, kde sú horné a spodné strany rozdelené, získame tri obdĺžniky 2 cm × 6 cm. Všetky sú rozdelené uhlopriečkou, pričom trojuholník na jednej strane uhlopriečky je vyfarbený a trojuholník na druhej strane nie. Z vlastností uhlopriečky v obdĺžniku vyplýva, že obsah vyfarbenej časti v obdĺžniku je rovný polovici jeho obsahu. To znamená $\frac{2 \cdot 6}{2}\,\mathrm{cm}^2$. Potom je už jednoduché spočítať, že takýchto obdĺžnikov je na obrázku 15, preto je celkový obsah vyfarbenej časti $15 \cdot \frac{2 \cdot 6}{2} = 90\,\mathrm{cm}^2$

Odpoveď: Obsah vyfarbenej časti je $90\,\mathrm{cm}^2$.

Komentár: Na prvý pohľad ľahký príklad, všetci mali 7 a viac bodov, ale strácalo sa stále na tom istom. Netreba zabudnúť všetko poriadne dokázať.

Príklad č. 4 (opravovala Tinka):

Zadanie:

Riešenie: Snažíme sa vytvoriť najmenšie a najväčšie číslo z cifier 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 a 9, pričom rozdiel medzi každými dvoma susednými ciframi musí byť aspoň dva. Začnime s hľadaním najmenšieho čísla.

Postupne chceme dopĺňať cifry zľava doprava, lebo cifry na začiatku čísla viac vplývajú na veľkosť čísla ako cifry na konci. Napríklad nám nezáleží, či na mieste jednotiek bude 9, skôr nás zaujíma, čo bude na prvej pozícii. Ak chceme nájsť najmenšie možné číslo, ukladáme postupne zľava čo najmenšie cifry. Zároveň musíme kontrolovať, či tam dané číslo smieme položiť, teda či spĺňa podmienku rozdielu 2 od predošlej cifry. Zvolíme si systém: vypíšeme si pri každej pozícii tie cifry, ktoré ešte neboli použité, a ktorých rozdiel od predošlej je aspoň 2. Z nich následne vyberieme tú, ktorá je najmenšia. Ak sa dostaneme do situácie, že nemáme na doplnenie žiadnu cifru, ale stále sme nepoužili všetky, musíme sa vrátiť o pozíciu naspäť a zvoliť iba ďalšiu najmenšiu možnosť.

Na prvú pozíciu nemáme žiadne podmienky a preto zvolíme najmenšiu cifru 1. Na druhú pozíciu smieme dať cifry 3, 4, 5, 6, 7, 8 a 9, z ktorých je najmenšia 3. Na tretiu pozíciu smieme použiť 5, 6, 7, 8 a 9, a teda použijeme cifru 5. Na štvrtú pozíciu kandidujú cifry 2, 7, 8 a 9, z ktorých je najmenšia 2. Na piatu pozíciu môžeme dať niektorú z 4, 6, 7, 8 a 9, zvolíme 4. Zatiaľ naše číslo vyzerá nasledovne: 13524...

Na posledné štyri pozície máme k dispozícii cifry 6, 7, 8 a 9. Tu sa dá postupovať rôznymi štýlmi. Buď si vypíšeme všetky možnosti(24), vylúčime z nich tie, ktoré nesplnili podmienku rozdielu dva medzi susedmi a zo zvyšných vyberieme najmenšie číslo, alebo zvážime, ktoré cifry s ktorými smú susediť: 7 smie byť iba vedľa 9, 8 iba vedľa 6, a navyše 6 a 9 smú byť vedľa seba.

My však ostaneme verný nášmu systému, keď sme si ho tak zvolili. Na šiestu pozíciu smieme dosadiť všetky zvyšujúce cifry 6, 7, 8 a 9, zvolíme si najmenšiu 6. Na siedmu pozíciu pasujú 8 a 9, zvolíme 8. Na ôsmu pozíciu nám však nepasuje nič, lebo aj 7 aj 9 sa od 8 líši iba o 1. Vráťme sa o krok naspäť a na siedmu pozíciu zvoľme 9. Na ôsme miesto pasuje iba 7, ale na posledné žiaľ nesmie ísť zvyšná cifra 8. Preto sa musíme vrátiť až na voľbu šiestej pozície. Zvolíme z vyhovujúcich druhú najmenšiu číslicu, a tou je 7. Na siedmu pozíciu pasuje iba 9, na ôsmu iba 6 a na poslednú 8. Konečné najmenšie možné číslo je 135247968.

Najväčšie možné číslo získame úplne rovnako, len z možných cifier vyberieme vždy najväčšiu možnú. Veľmi jednoducho získame týmto spôsobom začiatok čísla: 97586... Teraz sme sa dostali k podobnému probému, na posledné štyri miesta treba vhodne uložiť cifry 1, 2, 3, 4. Keďže 2 smie susediť iba s 4 a 3 iba s 1, tak cifry 2 a 3 budú musieť byť na pomyselných krajoch tohto štvorčíslia. Jediné dve vyhovujúce štvorčíslia sú teda 2413 a 3142. Keďže sa zaujímame o čo najväčšie číslo, zvolíme druhú možnosť kvôli vyššej cifre na mieste tisícok. Výsledne najväčšie číslo je 975863142.

A	E	F	E	A	X
B		F	X		X
	F	X	A		X
			B		X
X	X	X	X	X	X

Tabuľka 1: Počiatočné fakty

Odpoveď: Heslo na otvorenie dverí je buď 975863142 alebo 135247968.
Komentár: Väčšina z vás to zvládla perfektne. Najčastejšie, za čo som vám strhla body, bolo, ak ste neodôvodnili, prečo na pozícií tisícok nesmie byť cifra 4, resp. 6. Zároveň by som chcela pochváliť tých, ktorí neboli leniví a pekne odôvodnili aj najmenšie číslo aj najväčšie a neskonštatovali iba, že to je to isté iba naopak.

Príklad č. 5 (opravovali Tete, Bendži):

Zadanie:
Riešenie: Pri riešení tohto príkladu si najprv musíme uvedomiť, že existuje len jeden Alfonz, a preto máme práve jednu pravdovravnú muchu. Následne si uvedomíme, že ak mucha vo svojom výroku nehovorí nič o tom, že ona sama je Alfonz, tak musí klamať. Ak by totiž hovorila pravdu a tvrdila by, že Alfonz je niekto iný, tak by sme zrazu mali dve pravdovravné muchy, čo sa nemôže stať. Tým pádom takáto mucha určite klame a jej výrok má presne opačný význam.

Prvý výrok nám hovorí 3. mucha, ale musí klamať, keďže vo svojom výroku nespomenula samú seba, no miesto toho povedala, že Alfonz je niekto iný. Z toho vyplýva, že 1., 2. a 3. mucha klamú. Druhý výrok nám hovorí 4. mucha, no je to rovnaký prípad, ako pri prvom výroku. Takže z toho vieme, že aj 4. a 5. mucha klamú. Tretí výrok nám hovorí 5. mucha, a teraz už spomenula aj samú seba, lenže z predošlého výroku vieme, že piata mucha klame, a podľa výroku potom ani 6. mucha nie je Alfonz.

Vylúčili sme prvých 6 múch zo siedmich a neostal nám už žiaden výrok, takže logicky musí byť posledná 7. mucha Alfonz.
Odpoveď: Alfonz môže byť jedine 7. mucha v poradí.
Komentár: Príklad bol ľahký a väčšina z vás ho mala veľmi dobre.

Príklad č. 6 (opravovali Marka, Murko):

Zadanie:
Riešenie: V tabuľke č. 1 sú znázornené vzťahy medzi jednotlivými políčkami. Teda keď f zvislo je násobok 11, tak bude pozostávať z dvoch rovnakých cifier, a je palindróm a niektoré cifry sa opakujú na viacerých miestach.

Pozrime sa teraz na vodorovné b, ktoré má byť druhou mocninou prvočísla, ale výsledok má byť nepárny a nesmie byť palindrómom. Keďže v tabuľke máme voľné tri políčka, hľadáme trojciferné číslo. Prvým takýmto číslom môže byť $11 \cdot 11 = 121$, ale to je práve palindróm. Ďalšími sú: $13 \cdot 13 = 169$, $17 \cdot 17 = 289$, $19 \cdot 19 = 361$, $23 \cdot 23 = 529$, $29 \cdot 29 = 841$, $31 \cdot 31 = 961$. Vidíme, že na mieste jednotiek bude cifra 1 alebo 9.

Skúsme 1. Podmienku vodorovného c spĺňa len číslo 21. To by znamenalo, že vo zvislom a máme na treťom mieste cifru 2. Teda na prvom mieste vo zvislom a by musela byť 0, ktorá nepatrí medzi cifry 1 až 9.

Teraz skúsme 9. Opäť sa pozrieme na číslo deliteľné tromi, ktoré má na mieste jednotiek 9. Vďaka obmedzeniu z vodorovného c máme opäť len jednu možnosť, číslo 39. Keď sa teraz pozrieme na zvislé a, vieme ho doplniť, pretože $1 < 2 < 3$. Zvislé f vieme doplniť tiež, pretože $9 \cdot 11 = 99$ Naša tabuľka zatiaľ vyzerá ako tabuľka č. 2.

Vo vodorovnom b máme už na začiatku cifru 2, preto jediná možnosť, ako ho doplniť, je $17 \cdot 17 = 289$. Vo zvislom e tvoria posledné dve cifry prvočíslo. Jediným prvočíslom začínajúcim 9, je číslo 97. Teraz už vieme doplniť celé zvislé e, pretože $30 - 8 - 9 - 7 = 6$. Vieme doplniť aj vodorovné a, lebo je to palindróm a poznáme jeho prvé tri cifry. Taktiež vieme doplniť zvislé g, pretože sú to prvé dve cifry zo zvislého a. Teraz naša tabuľka vyzerá ako tabuľka č. 3.

1	E	9	E	A	X
2		9	X		X
3	9	X	A		X
			B		X
X	X	X	X	X	X

Tabuľka 2: Začiatok

1	6	9	6	1	X
2	8	9	X		X
3	9	X	1		X
	7		2		X
X	X	X	X	X	X

Tabuľka 3: Takmer hotová

Vo vodorovnom d nám posledné dve cifry vytvoria číslo, ktoré keď vynásobíme samé so sebou, dostaneme prvé tri cifry čísla d. Prvú cifru tohoto čísla máme, je to 2. Druhá cifra bude párna, pretože je v stĺpci h, kde bude číslo deliteľné 18 (teda musí byť deliteľné aj dvomi). Tak hľadajme: $20 \cdot 20 = 400$, $22 \cdot 22 = 484$, $24 \cdot 24 = 576$, $26 \cdot 26 = 676$, $28 \cdot 28 = 784$. Dostali sme trojciferné čísla, z ktorých len 576 a 676, majú na druhom mieste 7. 676 ale nevyhovuje, lebo cifra šesť nemôže byť v stĺpci a (6 nie je mešie ako $1+2+3=6$). Cifra 5 naopak túto podmienku spĺňa. Zistili sme, že vodorovné d bude vyplnené číslom 57624.

Už nám zostáva len stĺpec h. V ňom máme na začiatku cifru 1 a na konci cifru 4. Ale ešte sme nedoplnili vodorovné g. Cheme nájsť dvojciferné číslo začínajúce jednotkou, ktoré delí číslo 68 (prvé dve cifry zo stĺpca e). Je to číslo 17. Teraz už ľahko doplníme stĺpec h. Keďže výsledné číslo má byť deliteľné 18, musí byť súčasne deliteľné dvomi (čo sme si už zabezpečili) a deviatimi. Teda potrebujeme iba doplniť cifru tak, aby ciferný súčet čísla v stĺpci h bol deliteľný deviatimi. $1 + 7 + 4 = 12$ a naše hľadané číslo je 6. Číslo v stĺpci h je 1674.

Odpoveď: Výsledok je v tabuľke č. 4, v ktorej sme použili všetky cifry 1 až 9.

1	6	9	6	1	X
2	8	9	X	6	X
3	9	X	1	7	X
5	7	6	2	4	X
X	X	X	X	X	X

Tabuľka 4: Výsledok

Komentár: Príklad ste pekne zvládli. Používali ste rôzne stratégie odkiaľ začať a rôznymi spôsobmi ste sa nakoniec prepracovali k výsledku. Bolo nám ľuto, keď niektorí opomenuli nejakú podmienku, takže dobudúcna si treba vedieť dobre skontrolovať, či ste na niečo nezabudli.

Príklad č. 7 (opravovala Lia):

Zadanie:

Riešenie: Najprv si musíme uvedomiť (a najlepšie aj spísať) pár faktov či pravidiel, ktoré vyplývajú zo zadania:

- Panáčikom nemôžeme stúpiť na políčko číslo 2, pretože keď stúpime na políčko číslo 8 (čo musíme, aby sme vyhoveli zadaniu a stúpili na každé políčko práve raz), po hadíkovi skĺzneme na políčko 2 a to by sme tam už stúpili druhýkrát, čo nevyhovuje zadaniu.
- Panáčikom nemôžeme stúpiť ani na políčko číslo 7, pretože keď stúpime na políčko číslo 4 (čo musíme, aby sme vyhoveli zadaniu a stúpili na každé políčko práve raz), po rebríku vylezieme na políčko 7, a to by sme tam už stúpili druhýkrát, čo nevyhovuje zadaniu.
- Na políčko číslo 9 stúpime až ako na úplne posledné.

- Na políčka číslo 5 a 6 musíme stúpiť hneď za sebou v tomto poradí, pretože ak stúpime len na jedno z nich, buď nebudeme môcť šliapnuť na to druhé z nich, alebo nebudeme môcť šliapnuť na políčko číslo 4, ktoré nás vyvezie na číslo 7.

Teraz sa nám naskytli dva prípady.

1. Dvojica $8-2$ (stúpenie na políčko 8 a následne aj stúpenie na políčko 2) bude pred dvojicou $4-7$ (stúpenie na políčko 4 a následne aj stúpenie na políčko 7).
2. Dvojica $4-7$ (stúpenie na políčko 4 a následne aj stúpenie na políčko 7) bude pred dvojicou $8-2$ (stúpenie na políčko 8 a následne aj stúpenie na políčko 2).

Pred tým ako ich oba rozoberieme, uvedomme si, že cestu hore absolvujeme akoby dvakrát, jedenkrát stúpime na dvojicu $5-6$ a jedenkrát na $4-7$. Po ľubovoľnej z týchto možností sa opäť musíme zviezť dole pomocou dvojice $8-2$ a použiť tú druhú.

Poďme teda riešiť prvý prípad (dvojica $8-2$ je pred dvojicou $4-7$). Vieme teda, že $4-7$ príde až po $8-2$, z toho nám ale vyplýva, že pred $8-2$ musí prísť dvojica $5-6$. Zapíšme si teda zatiaľ čo vieme: $1\ldots5-6\ldots8-2\ldots4-7\ldots9$. Teraz nám už len chýba stúpiť na políčko číslo 3. Na toto políčko môžeme stúpiť buď hneď po políčku 1 (pred políčkom 5) alebo po políčku 2 (pred políčkom 4). Teda nám vzniknú dva spôsoby prejdenia tejto hry, pri ktorých stúpime na každé políčko práve raz: $1-3-5-6-8-2-4-7-9$ a $1-5-6-8-2-3-4-7-9$.

Pozrime sa aj na druhý prípad (dvojica $4-7$ je pred dvojicou $8-2$). Vieme, že $4-7$ príde pred $8-2$, a z toho nám vyplýva, že až po $8-2$ musí prísť dvojica $5-6$. Zapíšme si teda zatiaľ čo vieme: $1\ldots4-7\ldots8-2\ldots5-6\ldots9$. Ďalej nám už len ostáva stúpiť na políčko číslo 3. Na toto políčko môžeme stúpiť buď hneď po políčku 1 (pred políčkom 4) alebo po políčku 2 (pred políčkom 5). Tak nám vzniknú zase dva nové spôsoby prejdenia tejto hry, pri ktorých stúpime na každé políčko práve raz: $1-3-4-7-8-2-5-6-9$ a $1-4-7-8-2-3-5-6-9$.

Žiadne iné spôsoby už byť nemôžu, pretože sme otestovali oba prípady, ktoré súladili s faktami zo zadania, a logicky sme vyradili nehodiace sa poradia.

Odpoveď: Existujú teda 4 rôzne spôsoby, ktorými vieme prejst po plániku:

1. $1-3-4-7-8-2-5-6-9$
2. $1-3-5-6-8-2-4-7-9$
3. $1-4-7-8-2-3-5-6-9$
4. $1-5-6-8-2-3-4-7-9$

Komentár: Príklad ste väčšina zvládla veľmi pekne, na 4 spôsoby ste prišli skoro všetci, no niektorí z vás dostatočne neodôvodnili vylúčenie niektorých možností pri skúšaní, alebo všetky spôsoby nevyskúšali. To je však veľká chyba. Ak chcete riešiť príklad skúšaním, je rovnako dôležité, aby ste našli všetky možnosti, a aj to, aby ste dokázali, že vaše možnosti sú naozaj jediné možnosti.

Jediný ďaľší väčší problém nastával pri tabuľkách a stromoch. Niekedy môžu pomôcť usporiadať myšlienky, no inokedy len narobia chaos.

Takže snáď som vám aspoň trochu poradila a držím všetkým palce v ďaľšom kole! :)

Príklad č. 8 (opravovala Zuzka):

Zadanie:

Riešenie: Ak máme čísla od 1 do 7, jednoducho úlohu vieme vyriešiť rôznymi spôsobmi, stačí si to vyskúšať. Napríklad tak, ako je to v tabuľke 5.

Avšak pri číslach od 1 do 9 to také jednoduché nebude. Po pár skúšaniach si uvedomíme, že to asi nepôjde, zostáva dokázať prečo.

Máme 4 párne čísla $(2, 4, 6, 8)$ a 5 nepárnych čísel $(1, 3, 5, 7, 9)$. Na konci chceme, aby ostala iba 0, ktorá je párna. Pri odčítavaní dvoch párnych čísel dostaneme vždy párne číslo, čiže počet nepárnych sa nezmení. Pri odčítavaní dvoch nepárnych čísel dostaneme párne číslo, počet nepárnych sa zníži o dva, ale zostane mu rovnaká parita. Pri odčítavaní jedného párneho a jedného nepárneho čísla dostaneme nepárne číslo. Dôsledkom takéhoto výberu sa počet nepárnych čísel nezmení. Žiadne iné možnosti na odčítavanie párnych a nepárnych čísel medzi sebou nemáme, a preto sa parita počtu nepárnych čísel nezmení. Preto nevieme

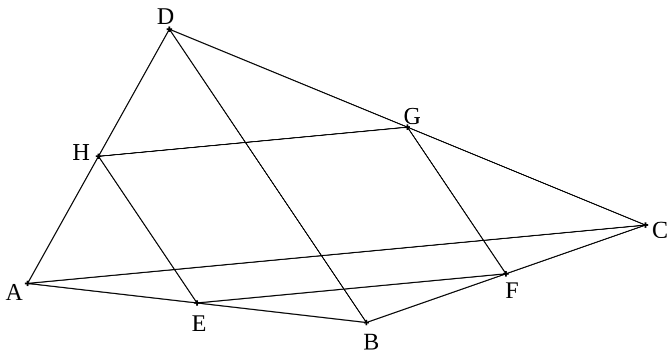
máme čísla	odčítame od seba čísla
1,2,3,4,5,6,7	2,3
1,1,4,5,6,7	4,5
1,1,1,6,7	6,7
1,1,1,1	1,1
0,1,1	1,1
0,0	0,0
0	

Tabuľka 5: Mravcove ťahy

na konci dostať 0, keďže v takom prípade by bol počet nepárnych čísel párny, ale my máme na začiatku nepárny počet nepárnych čísel.
Odpoveď: Úloha sa pri číslach od 1 do 7 dá vyriešiť a pri číslach od 1 do 9 nedá.
Komentár: Príklad sa dal riešiť aj cez uvedomenie si, že v poslednom kroku je potrebné od seba odčítať dve rovnaké čísla, a preto ak sa nedajú čísla rozdeliť do dvoch skupín s rovnakým súčtom, tak nie je možné dosiahnuť 0. Viacero z vás dobre začalo, no nevedelo dokončiť alebo to poriadne vysvetliť.

Príklad č. 9 (opravoval Peťo):

Zadanie:
Riešenie: Na obrázku 1 je načrtnutý štvoruholník $ABCD$ a v ňom vyznačený štvoruholník $EFGH$ podľa zadania.



Obr. 1: Náčrt

Pozrime sa bližšie na trojuholník ABC. Keďže body E a F sú stredmi strán AB a BC, tak úsečka EF je strednou priečkou v trojuholníku ABC. O stredných priečkach vieme nasledovné:

- sú rovnobežné so stranou trojuholníka, ktorej stredom neprechádzajú,
- ak sú v trojuholníku narysované všetky tri, tak ho delia na 4 zhodné trojuholníky.

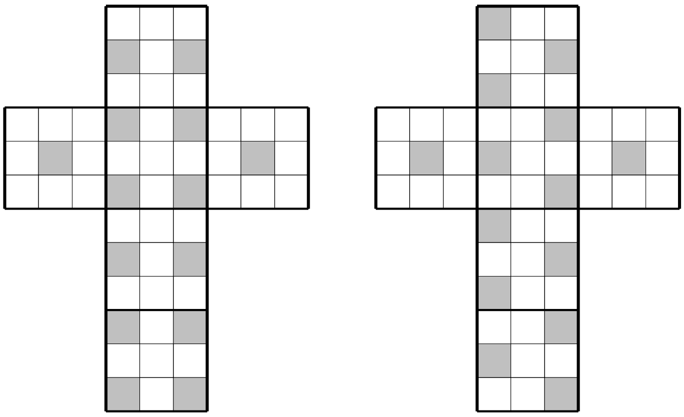
Teda platí, že úsečka EF je rovnobežná s úsečkou AC. Rovnako, ako EF, aj úsečky FG, GH a HE sú strednými priečkami, a preto $FG||BD$ ($||$ značí rovnobežnosť), $GH||AC$ a $HE||BD$. Keďže EF a GH sú obe rovnobežné s AC, tak musia byť aj ony rovnobežné. Úsečky FG a HE sú tiež rovnobežné, teda menší štvoruholník má protiľahlé strany rovnobežné.

Obsah štvoruholníka $EFGH$ vieme vypočítať tak, že od obsahu štvoruholníka $ABCD$ odpočítame obsahy trojuholníkov EBF, FCG, GDH a HAE. Trojuholník EBF je jedným zo štyroch zhodných trojuholníkov, na ktoré rozdelia stredné priečky trojuholník ABC, čiže jeho obsah je štvrtina obsahu ABC. Trojuholník GDH je zas štvrtina obsahu ACD. Keďže ABC a ACD spolu dávajú celý obsah štvoruholníka $ABCD$, obsah EBF a GDH je spolu štvrtina obsahu $ABCD$. Rovnako aj trojuholníky FCG a HAE. Čiže obsah štvoruholníka $EFGH$ je $S_{ABCD} - 1/4 \cdot S_{ABCD} - 1/4 \cdot S_{ABCD} = 1/2 \cdot S_{ABCD}$, čo znamená, že je dvaktrát menší, ako obsah $ABCD$.

Odpoveď: Protiľahlé strany menšieho štvoruholníka sú rovnobežné a jeho obsah je dvakrát menší, ako obsah pôvodného štvoruholníka.
Komentár: Príklad nebol ťažký, stačilo si len všimnúť, že strany menšieho štvoruholníka sú strednými priečkami, a dobré riešenie bolo na svete.

Prémia (opravovala Hanka):

Zadanie:
Riešenie: Najlepšie riešenie, ktoré sa vám podarilo nájsť, bolo také, kde bolo 14 stien kocočiek na povrchu kocky zafarbených na červeno. Kocku ste takto vedeli ofarbiť dvoma spôsobmi – siete kociek, ktoré zobrazujú obidve možnosti, môžete vidieť na obrázku 2.



Obr. 2: Siete kociek

Odpoveď: Najviac sa vám podarilo zafarbiť 14 stien kocočiek na povrchu kocky.
Komentár: Tento príklad odovzdalo 45 riešiteľov, a až 42 z vás našlo to isté najlepšie riešenie. Prémia je však príklad, ktorý je bodovaný inak, ako ostatné. Maximálny počet bodov môže byť od 4 do 8 a závisí od celkového počtu riešiteľov, od počtu tých, čo odovzdali prémiu, a od toho, koľko ľudí ktoré riešenie našlo. Keďže sa tak veľa z vás dopracovalo k najlepšiemu riešeniu, udeľovali sme zaň len 4 body, za druhé najlepšie 3 body, za tretie najlepšie 2 body a za chybné riešenie (kde sa dve červené steny dotýkali) 0 bodov.