

Zadania 2. kola zimnej série 2012/2013

Termín: 05.11.2012

Naša adresa: Riešky, Mgr. Viera Babišová, Gymnázium Grösslingová, Grösslingová 18, 811 09 Bratislava 1

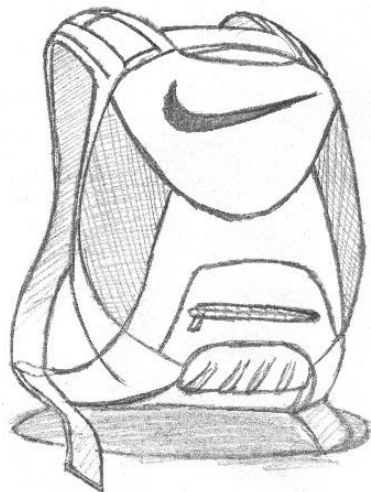
Obaja na seba preľaknuto hľadeli a ani jeden nebol schopný slova. Mobil po chvíli prestal zvoniť a z obrazovky zmizlo Danielovo číslo. Medzi súrodencami nastalo nepríjemné ticho.

Príklad č. 4: Danielove číslo končí na takéto štvorčíslicie: Keď od štvrtej číslice tohoto štvorčíslia odpočítame prvú, dostaneme rovnaké číslo, ako keď odčítame od tretej číslice druhú. Keď napíšeme štvorčíslicie odzadu a odpočítame od neho to pôvodné, dostaneme výsledok 5445. Nakoniec vieme, že súčet týchto štyroch číslic je 12. Akým štvorčíslicom telefónne číslo končí?

„Č... Čo sa stalo?!“ vysúkala zo seba napokon Samantha. Jej brat však stále nebol schopný odpovede. Pomaly vstal a začal sa prechádzať po izbe. Zastavil sa pri okne a zamyslene hľadel do susedovej záhrady.

Príklad č. 9: Sused má kruhovú záhradu s priemerom 60 metrov. Nachádzajú sa v nej dva rovné chodníky, ktoré sú na seba kolmé. Jeden je dlhý 50 metrov a druhý 40 metrov. Ako ďaleko od stredu záhrady sa tieto dva chodníky pretínajú?

„Vieš, ja... mám taký pocit že...“ začal. „Že sme... že je znova štvrtok,“ dokončila Sam. „Ale ako je to možné?“ spýtala sa brata po chvíli. „Ja mám vedieť?!“ odsekol Erik a rázne sa vrátil k posteli, kde sa začal hrbat' v batohu. Našiel tam GPS-ko, ktoré včera stratili, a bola tam aj šachovnica, ktorá mala po včerajšej hre ležať pred jaskyňou. Tak ako oni.



Prémia: Na klasickú šachovnicu ukladáme koňov. Chceme vedieť:

- Aký je najväčší počet koňov, ktorý vieme na šachovnicu uložiť, ak každé políčko ohrozuje, alebo na ňom stojí, najviac jeden kôň?
- Aký je najmenší počet koňov, ktorý vieme na šachovnicu uložiť, ak každé políčko ohrozuje, alebo na ňom stojí, aspoň jeden kôň?

(Pri tomto príklade stačí napísať výsledné rozostavenie koňov na šachovnici.)

Chvíľu bolo ticho, no nakoniec sa ozvala Sam: „Čo spravíme?“ „Mali by sme zistiť, prečo sa to stalo,“ odpovedal Erik, vyjasňujúc si myšlienky „To biele svetlo a tento... posun.“ „Buď to bude jaskyňou, alebo... alebo kamienkom,“ povedala Samantha zahanbene. „Kamienkom?“ zamračil sa brat. Hneď sa mu pred očami zjavil obraz kamienka v podobe bielej kocky.

Príklad č. 3: Erik si z dlhej chvíle začal obmotávať dve priehľadné kocky súvislým kusom drôtu. Nárýsy (pohľady spredu), bokorysy (pohľady sprava) a pôdorysy (pohľady zhora) daných kociek, sú zobrazené na obrázku 1, pričom nárýsy naľavo patria k prvej kocke a nárýsy naľavo ku druhej. Drôt je na nich zobrazený čiernou farbou. Znázorníte, kadiaľ po kockách viedol drôt (drôt môže ísť iba po hranách kocky, alebo po uhlopriečke steny kocky). Pri robení nárýsov bola kocka bezchybne položená na stole a Erik sa taktiež neotáčal.



Obr. 1: Pohľady na kocky

„Veď vieš, tým, od tej cigánky. Ja som sa s ním večer hrala a...“ sklopila zrak. Mali obrovský problém len kvôli tomu, že sa jej páčia také blbosti. Erik už-už chcel dať sestre najavo, čo si o tom myslí, no namiesto toho si zahryzol do jazyka a zaľal päsť. Nahnevane kopol do steny. Z poličky, ktorá na nej visela, spadla jeho stará zbierka úloh z matematiky. Otvorila sa na takomto príklade:

Príklad č. 5: Číslo 45 rozdeľte na súčet štyroch čísel tak, aby keď k prvému číslu pripočítame 2, od druhého odčítame 2, tretie vynásobíme 2 a štvrté vydelíme 2, vyjde vždy rovnako číslo.

Erik si spomenul, ako mu kedysi tento príklad robil problém, a aký bol na seba hrdý, keď sa mu ho podarilo vypočítať. Pousmial sa. „Tak to aby sme išli za ňou,“ povedal na veľké prekvapenie svojej sestry Erik. Po asi dvoch hodinách predierania sa davom prišli súrodenci k ulici, kde včera videli cigánku. „Konečne!“ vydýchla si Sam. No keď sa predrali cez posledný hlúčik turistov, stánok s kamienkami zmizol. Našli tam iba dvoch zlodějov, ktorí si práve rozdeľovali ukradnutý náhrdelník.

Príklad č. 8: Dvaja lupiči spoločne z klenotníctva ukradli vzácny náhrdelník zložený z diamantov a rubínov. Oba druhy kameňov boli na náhrdelníku zastúpené rovnako a každého druhu bol párny počet. Keď s lupom utiekli z centra mesta do zašitých štvrtí a uličiek, začali uvažovať, ako si náhrdelník spravodlivo rozdelia na dve časti, aby každý z nich zároveň dostal rovnaký počet diamantov aj rubínov. Nájdite taký náhrdelník, ktorý si nevedia spravodlivo rozdeliť.

„Prečo tu nie je?“ spýtal sa unavene a nehnevane Erik. „Ja netuším!“ odvetila Sam a slzy mala na krajíčku. „Neboj, Sam,“ pokúsil sa Erik o úsmev. „Čo tam po kamienkoch? Asi to aj tak bolo tou jaskyňou. Poď, pôjdeme tam.“ A tak sa Erik a Samantha znova vydali na cestu k jaskyni. Keď prechádzali taxíkom okolo letiska, rozpovedal im taxikár takýto príbeh:

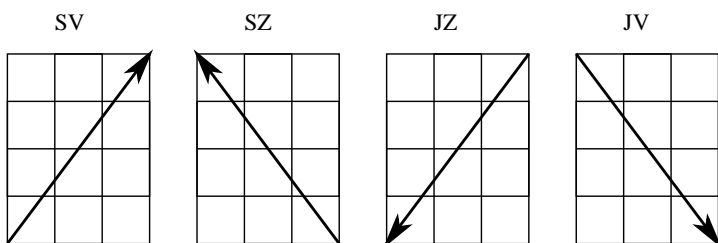
Príklad č. 2: Každý deň prilieta o 12:00 na letisko pri Riu lietadlo so zásielkou. Pre zásielku vyráža z centra mesta taxík tak, aby tam bol presne na obed. Tam si zásielku prevezme a ide s ňou späť do centra. Jedného dňa ale pristálo lietadlo skôr, preto z letiska poslali so zásielkou poslíčka na bicykli, aby šiel taxíku naproti. Taxík však vyrazil z mesta tak, ako v ostatné dni. Keď sa 20 minút po odchode poslíčka stretli, odovzdal zásielku taxikárovi a odišiel nevedno kam. O koľko minút skôr prišiel tentokrát taxík späť do Ria, ak poslíček išiel 4x pomalšie, ako samotný taxík?

Súrodencom trvalo celé popoludnie, kým prehľadali okolie jaskyne, no jediné, čo našli, boli aj tak len smeti, pri veľkej turistickej mape, na ktorej začal Erik hneď hľadať trasu svojej rannej rozcvičky:

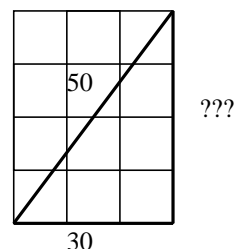
Príklad č. 1: Trasa je v mapke zaznamenaná nasledovne: Celá mapka je rozdelená na štvorčeky, jeden štvorček na mape znázorňuje 10 metrov v skutočnosti. Zhodou okolností sa Erik nachádza v mrežovom bode na tejto mape a keďže je opatrný a nechce sa stratiť, vždy sa pohybuje tak, aby po prejdení najviac 50 metroch stál opäť v mrežovom bode. Erik sa po mape môže hýbať len na sever, juh, východ, západ o ľubovoľný počet „štvorčekov“ a ešte ako na obrázku 2 (nazvime si strany severovýchod-SV, severozápad-SZ, juhovýchod-JV, juhozápad-JZ).

Pod mapkou má Erik nasledovný popis trasy: Po prebudení vypí pohár vody a niečo zjedz, najlepšie Horalku, nech máš dostatok síl, obuj si topánky a výjdi zo svojej chatky. Choď o 3 štvorčeky na východ, potom na severovýchod a o 3 štvorčeky na západ, kde uvidíš Temný les. Otoč sa a choď o 2 štvorčeky na sever, o 3 štvorčeky na východ, potom na severozápad. Kochaj sa prírodou, stojíš totiž pri Hlbočizných vodopádoch. Daj pozor, aby si tam nepadol. Potom choď znova na severozápad, o 3 štvorčeky na juh, o 2 štvorčeky na západ, potom na juhozápad. Teraz už stačí prejsť len o 2 štvorčeky na juh, o 2 štvorčeky na východ, zase o 1 štvorček na juh a teraz už najkratšou cestou domov. Na obrázku 3 vidíš zapísané skutočné vzdialenosti v metroch (sleduj štvorčeky!).

Ako nakoniec vyzerala Erikova ranná trasa? Akú vzdušnú vzdialenosť má Temný les od Hlbočizných vodopádov? Vypočítaj, akú vzdialenosť pri takomto cvičení Erik prejde, aj spolu s návratom do chatky.



Obr. 2: Svetové strany



Obr. 3: Skutočné vzdialenosti

Erik neprestával utešovať sestru, no keď videl, že to aj tak nemá zmysel a začína sa ochladzovať, pobrali sa domov a išli spať. Scenár z minulého dňa sa nanešťastie znova zopakoval a zase raz ich zobudil Erikov vyzváňajúci mobil. Keď Erik dotelefonoval s Danielom, rozhodol sa konať. Prehodil si cez plece batoh a ťahal svoju sestru, ktorá ho neochotne nasledovala, za sebou. Keď prišli k prázdnej stánku, Erik sa dal do reči s chlapíkom, čo postával obďaleč. Zistil, že je to predavač lístkov každého druhu. Okrem iných mal aj jeden na plaveckú súťaž.

Príklad č. 7: Päť plavcov - Alex, Bruno, Chris, David a Edmund - sa pripravujú na Olympiádu. Súťažiaci môžu v štyroch štýloch - prsia, znak, motýlik a voľný štýl. Všetkých päť plavcov súťaží vo všetkých štýloch. Reprezentovať v týchto štýloch budú však len traja najlepší. Zistite, aké je poradie plavcov v každom tomto štýle len z týchto informácií:

1. Len jeden z plavcov bude krajinu reprezentovať vo všetkých štyroch štýloch.
2. Nikto neskončil posledný vo viacerých štýloch.
3. Alex skončil na lepšom mieste v znaku, ako v motýliku.
4. Bruno bol v motýliku lepší, ako David.
5. Alex skončil v prsiach tesne za Brunom a tesne pred Edmundom.
6. David bol v poradí voľného štýlu pred Chrisom.
7. Ani Bruno a ani Edmund neskončili nikdy tretí.
8. Edmund skončil v znaku na tom istom mieste, ako David v motýlikovi.
9. David skončil na rovnakom mieste len v znaku a vo voľnom štýle.
10. Chris skončil v každom štýle na inom mieste.
11. Bruno skončil na rovnakom mieste iba vo dvoch štýloch.
12. Plavec, ktorý skončil v motýlikovi druhý, porazil Davida vo voľnom štýle.
13. Plavec, ktorý vyhral vo voľnom štýle, nebude reprezentovať v znaku.
14. Plavec, ktorý v znaku skončil piaty, neskončil v motýlikovi tretí.
15. Nikto nebol na rovnakom mieste v prsiach a motýlikovi.

„Nikto ju nikdy nevidel!“ rozhorčoval sa Erik potom, ako sa opýtal na predavačku kamienkov snád' každého predajcu v uličke. Avšak niečo sa predsa len dozvedel. Jedna milá, postaršia predavačka mu povedala, podľa akého zvláštneho pravidla sú očíslované stánky na tejto ulici.

Príklad č. 6: Koľko bolo na ulici stánkov, ak pre číslo na každom stánku platí:

- Všetky sú štvorciferné a deliteľné štyrmi.
- Ak vymeníme prvé dve cifry, dostaneme číslo deliteľné 7.
- Ak v čísle vymeníme stredné dvojčíslicie, získame číslo deliteľné 5.
- Ak zameníme posledné dve číslice, dostaneme číslo deliteľné 9.

Pri číslovaní stánkov sú použité všetky takéto čísla.

„Dávaj pozor!“ okríkol Erik sestru, ktorá sa potkla a vrazila do Erika, ktorý uvažoval, či všetky tie pravidlá platia. Teraz sa však zapotácal a batoh mu padol na zem. Veci sa z neho začali sypať ako z bezodného vreca. „Aspoň mi to pomôž poz...“ prehovoril k sestre, ktorá však už dvíhala jednu z vecí, ktoré vypadli z batohu. „Ako nám to mohlo uniknúť?!“ zvýskla celá natešená.