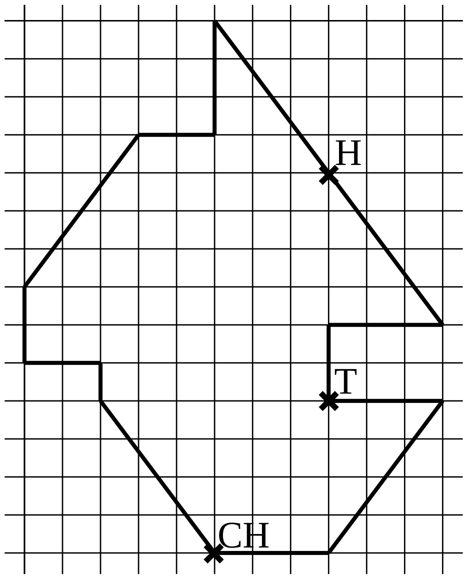
Vzorové riešenia 2. kola zimnej série 2012/2013

Príklad č. 1 (opravovali Kuchtík, Katka, Nika):
Zadanie:
Riešenie: Najskôr sme si nakreslili na štvorčekový papier Erikovu trasu podľa zadania. Vyzerala tak, ako na obrázku 1. Chata, z ktorej štartoval, je označená ako CH, Temný les ako T a Hlbočizné vodopády ako H. Zaznačili sme si dĺžky úsekov podľa počtu štvorčekov. Zo zadania nám vyplýva, že smery SZ, SV, JZ, JV majú dĺžku 50 metrov, teda sú rovné vzdialenosti 5 štvorčekov. Potom sme zrátali všetky dĺžky, takže $5 \cdot 50 + 4 \cdot 30 + 4 \cdot 20 + 1 \cdot 10 = 460$ metrov. Druhou úlohou bolo odmerať vzdialenosť medzi Temným lesom a Hlbočiznými vodopádmi. Tá je 6 štvorčekov, čiže $6 \cdot 10 = 60$ metrov.



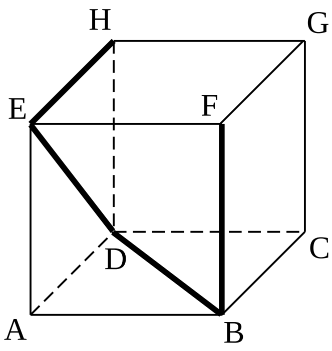
Obr. 1: Erikova cesta

Odpoveď: Erikova trasa merala 460 metrov. Vzdialenosť Temného lesa od Hlbočizných vodopádov je 60 metrov.
Komentár: Potešili nás iba výborné riešenia, na ktorých sme nemali čo strhávať, a preto máte všetci 10 bodíkov :).

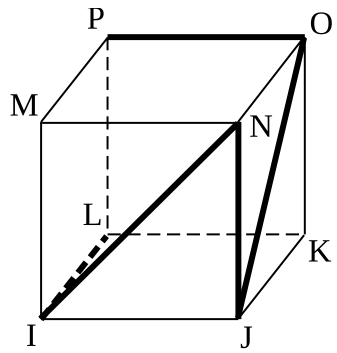
Príklad č. 2 (opravovali Tinka, Lucy):
Zadanie:
Riešenie: Vieme, že poslíček išiel štyrikrát pomalšie ako taxík, čiže úsek, ktorý poslíček prešiel za 20 minút, by trval taxíku štyrikrát menej. $20 : 4 = 5$, takže prejsť tento úsek by trvalo taxíku 5 minút. Tento úsek by však taxík musel prejsť dva razy - musel by ísť aj na letisko, ale aj z letiska na miesto, na ktorom sa s poslíčkom stretol. To znamená, že dohromady by mu to trvalo $5 \cdot 2 = 10$ minút.
Odpoveď: Taxík prišiel do Ria o 10 minút skôr, ako zvyčajne.
Komentár: Väčšina z vás tento príklad zvládla bez problémov. Ak sme nejaké tie body strhli, bolo to buď kvôli nedostatočnému vysvetleniu alebo odpovedaniu na nesprávnu otázku.

Príklad č. 3 (opravovali ViRPo, Maťo, Tete):
Zadanie:
Riešenie: Začneme nárysmi vpravo. Nakreslíme si kocku $ABCDEFGH$ a v nej všetky hrany a uhlopriečky. Teraz budeme vylučovať tie hrany a uhlopriečky, kde drôt nemôže byť, pretože by nesedel pôdorys. V nákrese pôdorysu nemáme spodnú úsečku, teda hrany AB a EF a uhlopriečky AF a BE nebudú omotané drôtom,

lebo keby boli, v nákrese pôdorysu by to bolo vidieť. Ďalej v nákrese nemáme pravú úsečku, a teda ani BC, FG, BG a CF nebudú omotané. Potom horná úsečka, kde nebudú omotané DC, HG, CH a DG. Ešte tam nemáme uhlopriečku z ľavého dolného rohu do pravého horného, teda drôt nebude ani na AC a EG. Teraz budeme vylučovať tie, kde drôt nemôže byť, lebo by nesedel bokorys. Sú to: CG, DH, CH a DG – kvôli pravej úsečke, a AH a BG – kvôli uhlopriečke z ľavého dolného rohu do pravého horného. Nakoniec vylúčime tie, kde drôt nemôže byť, lebo by nesedel nárys. To sú: EF, HG, EG a FH – horná úseška, AF, DG, BE a CH – uhlopriečky. Teraz si nakreslíme drôt, ktorý prechádza tými úsečkami, kde sme nič nevylúčili - FB, BD, DE a EH. Drôt pôjde tak ako na obrázku 2.



Obr. 2: Prvá kocka



Obr. 3: Druhá kocka

Teraz ideme na nárysy vľavo. Kocku si označíme $IJKLMNOP$ a vylučujeme strany tak ako pri prvej kocke.
Pôdorys: Drôtom omotané nebudú MO, IK, NP a JL – kvôli uhlopriečkam.
Bokorys: Drôtom nebudú omotané NO, MP, NP a MO – kvôli hornej úsečke, KO, LP, KP a LO – kvôli pravej úsečke a KN a LM – kvôli uhlopriečke.
Nárys: drôtom nebudú omotané IM, LP, IP a LM – kvôli ľavej úsečke, IJ, KL, IK a JL – kvôli spodnej úsečke a JM a KP – kvôli uhlopriečke. Úsečky, ktoré sme nevylúčili: LI, IN, NJ, JO, OP, KJ a MN. Ak by na všetkých týchto hranách bol drôt, netvoril by jeden súvislý kus, preto na niekoré z nich nebudú omotané drôtom. Keď sa zamyslíme, uvedomíme si, že aby drôt bol z jedného súvislého kusu a predsa vyhovoval nárysom, nesmú byť omotané hrany KJ a MN. Drôt je znázornený na obrázoku 3.
Odpoveď: Vidno na obrázkoch 2 a 3.
Komentár: Príklad nebol ťažký, väčšinou ste ho mali vyriešený dobre, ale často bez postupu, tak sme vám nemohli dať plný počet bodov. Občas ste zabudli na to, že kocky sú omotané jedným kusom drôtu, alebo ste si po sebe neskontrolovali, či vám sedia tie nákresy. Ale zvládli ste to celkom dobre a to nás teší :).

Príklad č. 4 (opravovali Danka, Bodík, Jumaj):

Zadanie:
Riešenie: Označme si cifry štvorčíslia 1. A, 2. B, 3. C, 4. D.

Vypíšme si, čo o štvorčíslí vieme zo zadania:

1. $A + B + C + D = 12$
2. $D - A = C - B$
3. $DCBA - ABCD = 5445$

Z bodu 3 vidíme, že $A - D$ je buď 5, alebo -5. Keďže výsledok odčítavania má byť kladný, D musí byť väčšie ako A (lebo D je prvá cifra menšenca a A prvá menšiteľa), tak potom $A - D$ musí byť -5 (lebo D je väčšie). Potom $D - A$ musí byť 5, a to podľa bodu 2 znamená, že aj $C - B$ je 5.

Vypíšme si kombinácie cifier, ktorých rozdiel je 5: 9 a 4, 8 a 3, 7 a 2, 6 a 1, 5 a 0. Keďže podľa bodu 1 je súčet cifier štvorčísla 12, musia byť v štvorčíslí dve také kombinácie, aby ich súčet bol 12. Jediné kombinácie, pre ktoré táto podmienka platí, sú 5 a 0, 6 a 1 ($5 + 0 + 6 + 1 = 12$). Vieme teda, že A a D sú buď 6 a 1 (v akomkoľvek poradí), alebo 5 a 0 a že C a B sú tá druhá kombinácia.

Vypíšme si teda, aké máme zatiaľ možnosti pre štvorčíslie a skontrolujme ich pre vetu tri: $6501 - 1056 = 5445$ a $5610 - 0165 = 5445$. Obidve vyhovujú podmienkam, teda sme našli riešenia.
Odpoveď: Možnosti sú dve. Sú to 1056 a 0165.
Komentár: Príklad nebol ťažký, i keď ste si ho mnohí zťažovali. Dal sa riešiť viacerými spôsobmi. Najviac z vás si myslelo, že 0 nemôže byť na začiatku, toto je však štvorčíslie, časť telefónneho čísla, a nie číslo, takže sa pokojne mohlo začínať aj nulou. Mnohí z vás mylne usudzovali, že A musí byť väčšie, ako D, a preto vám výsledok nevyšiel správne. Niektorí z vás buď zabudli na nejakú tú možnosť, alebo si písmenká prehodili, a preto sme vám strhli nejaký ten bod, no bodovali sme hlavne správny logický postup.

Príklad č. 5 (opravovali Hanka, Lukáško, Šimon, Zuzka):

Zadanie:
Riešenie: Hľadané čísla sme si označili po poradí písmenkami a, b, c a d. Zo zadania vyplýva rovnica $a+2 = b-2 = 2c = d/2$. Neznáme b, c a d si vyjadríme pomocou neznámej a.

- $b - 2 = a + 2 \rightarrow b = a + 4$
- $2c = a + 2 \rightarrow c = a/2 + 1$
- $d/2 = a + 2 \rightarrow d = 2a + 4$

Vyjadrené neznáme dosadíme do rovnice $a + b + c + d = 45$, ktorá vyplýva zo zadania.
$a + a + 4 + a/2 + 1 + 2a + 4 = 45 \rightarrow a/2 + 4a + 9 = 45 \rightarrow 9a + 18 = 90 \rightarrow 9a = 72 \rightarrow a = 8$
Týmto výpočtom sme zistili, že a má hodnotu 8. Ešte zostáva dopočítať ostatné neznáme:
$b - 2 = a + 2 \rightarrow b = 8 + 4 \rightarrow b = 12$
$2c = a + 2 \rightarrow 2c = 8 + 2 \rightarrow c = \frac{8+2}{2} \rightarrow c = 5$
$d/2 = a + 2 \rightarrow d/2 = 8 + 2 \rightarrow d = 2 \cdot (8 + 2) \rightarrow d = 20$
Odpoveď: Hľadané čísla sú 8, 12, 5 a 20.
Komentár: Tento príklad patril skôr k tým ľahším a väčšina z vás mala správny výsledok, preto išli bodíky dole skôr za nedostatočné vysvetlenie postupu, ako za nejaké vážnejšie chyby. Mnohí z vás však riešili príklad skúšaním možností. Keď sa ale pri riešení príkladu rozhodnete skúšať, treba presne vysvetliť, podľa čoho skúšate a prečo napríklad po nájdení správneho riešenia netreba skúšať ďalej, ináč za to tiež idú bodíky dole. Vo všeobecnosti ste to však veľmi pekne zvládli, o čom svedčí aj tých veľa 10-bodových riešení :)

Príklad č. 6 (opravovala Marka):

Zadanie:
Riešenie: Z prvej podmienky vieme, že hľadáme štvorciferné číslo (označme si ho $ABCD$) deliteľné 4. Pre deliteľnosť štvorkou platí, že posledné dvojčíslie má byť deliteľné štvorkou ($CD : 4$ má zvyšok nula).

Druhá podmienka nám hovorí, že dané číslo má byť po vymenení prvých dvoch cifier deliteľné siedmimi ($BACD : 7$ má zvyšok nula).

Tretia podmienka hovorí o deliteľnosti 5, ak vymeníme stredné cifry v čísle ($ACBD : 5$ má zvyšok nula). Avšak číslo je deliteľné piatimi, ak sa končí na 0 alebo 5, teda nás číslice C a B v tejto súvislosti vôbec nezaujímajú. Keď si to spojíme s podmienkou, že výsledné číslo má byť zároveň deliteľné 4, zistíme, že poslednou cifrou hľadaného čísla musí byť 0, lebo žiaden násobok čísla 4 nekončí cifrou 5 (teda $D = 0$).

Poslednou podmienkou je, aby bolo výsledné číslo deliteľné aj 9 po vymenení posledných dvoch cifier ($ABDC : 9$ má zvyšok nula). Avšak pre deliteľnosť číslom 9 platí, že ciferný súčet má byť deliteľný deviatimi, teda to nezavisí od poradia cifier.

Keď sa na to pozrieme, vidíme, že naše číslo $ABCD$ odvodíme najľahšie z čísla $BACD$, ktoré je deliteľné 4,5,7 a 9 súčasne. Najľahšie takéto číslo dostaneme, ak všetky tieto čísla vynásobíme a môžeme si byť istí, že výsledné číslo je deliteľné každým jedným z nich. Teda $4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 = 1260$, a to je zároveň najmenšie číslo, ktoré po vymenení prvých dvoch cifier spĺňa všetky podmienky zadania (2160).

Teraz, keď spravíme jeho násobky, stále bude mať požadované vlastnosti a dostaneme ostatné možnosti:
$1260 \cdot 2 = 2520$ výsledné číslo stánku - 5220
$1260 \cdot 3 = 3780$ výsledné číslo stánku - 7380
$1260 \cdot 4 = 5040$ výsledné číslo stánku - 0540, ale POZOR, toto už nie je štvorciferné číslo!
$1260 \cdot 5 = 6300$ výsledné číslo stánku - 3600

$1260 \cdot 6 = 7560$ výsledné číslo stánku - 5760
$1260 \cdot 7 = 8820$ výsledné číslo stánku - 8820
$1260 \cdot 8 = 10080$ toto už nie je štvorciferné číslo
Odpoveď: Na ulici stálo šesť stánkov s číslami: 2160, 3600, 5220, 5760, 7380 a 8820.
Komentár: Veľa z vás riešilo príklad takým spôsobom, že ste si jednoducho vypísali možnosti, keď už ste vedeli posledné dve číslice, čo je tiež samozrejme dobré riešenie, len ich tam bolo treba vypísať. Ale viacerí ste zle pochopili zadanie a to v tom zmysle, že ste nerátali s deliteľnosťou celého čísla, ale len danej dvojice, ktorá sa vymieňala. Aj keď ste vo svojom poňatí došli k správnemu výsledku, nemohli ste dostať plný počet bodov, takže tam ste veľa strácali. Prípadne ešte niektorí nenašli všetky riešenia, alebo dokonca niektorí našli aj riešenia navyše. Ale väčšina z vás si s týmto príkladom poradila, aj keď niekedy svojským spôsobom.

Príklad č. 7 (opravovali Emil, Gabika, Maggie, Tomáš):

Zadanie:
Riešenie: Pre prehľadnosť postupu riešenia sme si fakty v zadaní očíslovali číslami 1 až 15 a v našom riešení sa na ne budeme odkazovať.

Aby sme nemuseli zbytočne veľa písať, označíme si plavcov podľa prvých písmen ich mien: Alex - A, Bruno - B, Chris - C, David - D, Edmund - E. Ďalej si spravíme tabuľku, do ktorej si napíšeme všetky možnosti umiestnení plavcov v jednotlivých štýloch. Napríklad do stĺpcov umiestnime štýly, do riadkov umiestnenia a do každého okna tabuľky (napr. 3. miesto v znaku) napíšeme všetky mená (A, B, C, D, E). Z týchto budeme postupne vylučovať možnosti, ktoré odporujú zadaniu. Nakoniec, kvôli prehľadnosti výslednej tabuľky, napíšeme ku každej vylúčenej možnosti číslo kroku, v ktorom sme ju vylúčili.

A teraz už môžeme prejsť k samotnému vylučovaniu možností:

1. Podľa vety 7 vylúčime Bruna a Edmunda zo všetkých tretích miest.
2. Podľa vety 5 sú Bruno, Alex a Edmund v prsiach tesne za sebou. Keďže B ani E nemôžu byť tretí, musú byť poradie: 2. – B, 3. – A, 4. – E.
3. E nebol v znaku tretí a tak podľa vety 8 ani D nebol v motýliku tretí.
4. Podľa vety 4 bol B v motýliku lepší, ako D, a tak B nemohol byť posledný, ani D prvý.
5. Podľa vety 12 nebude D v motýliku druhý, lebo sa nemohol poraziť vo voľnom štýle sám.
6. D teda nebude reprezentovať v motýliku. E nereprezentuje v prsiach. Podľa vety 10 skončil C v každom štýle na inom mieste, a tak nemôže reprezentovať v každom štýle. B skončil na rovnakom mieste iba v dvoch štýloch (podľa vety 11) a keďže tretí nebol nikdy (veta 7), tiež nemohol reprezentovať v každom štýle. V každom štýle teda reprezentoval A.
7. Podľa vety 15 nemohol byť v motýliku B druhý, A tretí, ani E štvrtý.
8. Tretí v motýliku teda musel byť C.
9. Podľa vety 3 nemohol byť A prvý v motýliku, preto v ňom musel byť druhý.
10. Podľa vety 3 bol teda A v znaku prvý.
11. Kvôli vete 12 nemôže byť D vo voľnom štýle prvý, ale najlepšie druhý.
12. C bol podľa vety 6 vo voľnom štýle ešte pomalší, a tak je prinajlepšom tretí.
13. Podľa vety 10 nebude C tretí v znaku, ani vo voľnom štýle.
14. Tretí v znaku teda musí byť D. A podľa vety 9 bude tretí aj vo voľnom štýle.
15. Keďže A reprezentuje vo všetkých štýloch, podľa vety 13 nemohol vyhrať voľný štýl.
16. A teda musel byť vo voľnom štýle druhý.
17. Podľa vety 8 nebude E druhý v znaku, lebo D nemôže byť druhý v motýliku.
18. Podľa vety 14 vieme, že C nebol v znaku piaty.

Momentálny stav našej tabuľky je zachytený v tabuľke 1. Ďalej už s istotou nevieme vylúčiť žiadnu možnosť. Pozrieme sa teda napríklad na piate miesto v motýliku a vyskúšame najprv, či by na ňom mohol skončiť D, a potom aj to, či by na ňom mohol skončiť E.

19. Predpokladajme, že piaty v motýliku bol D.
20. Štvrtý teda v motýliku musel byť B a prvé miesto ostalo E.

Tabuľka 1: isté operácie

	prsia	znak	motýlik	v. spôsob
1.	$\cancel{A}^{2}\cancel{B}^{2}CD\cancel{E}^{2}$	$\mathbf{A}\cancel{B}^{10}\cancel{C}^{10}\cancel{D}^{10}\cancel{E}^{10}$	$\cancel{A}^{9}B\cancel{C}^{8}\cancel{D}^{4}E$	$\cancel{A}^{15}B\cancel{C}^{12}\cancel{D}^{11}E$
2.	$\cancel{A}^{2}\mathbf{B}\cancel{C}^{2}\cancel{D}^{2}\cancel{E}^{2}$	$\cancel{A}^{10}BC\cancel{D}^{14}\cancel{E}^{17}$	$\mathbf{A}\cancel{B}^{7}\cancel{C}^{8}\cancel{D}^{5}\cancel{E}^{9}$	$\mathbf{A}\cancel{B}^{16}\cancel{C}^{12}\cancel{D}^{14}\cancel{B}^{16}$
3.	$\mathbf{A}\cancel{B}^{1}\cancel{C}^{2}\cancel{D}^{2}\cancel{E}^{1}$	$\cancel{A}^{10}\cancel{B}^{1}\cancel{C}^{13}\mathbf{D}\cancel{E}^{1}$	$\cancel{A}^{7}\cancel{B}^{1}\mathbf{C}\cancel{D}^{3}\cancel{E}^{1}$	$\cancel{A}^{14}\cancel{B}^{1}\cancel{C}^{13}\mathbf{D}\cancel{E}^{1}$
4.	$\cancel{A}^{2}\cancel{B}^{2}\cancel{C}^{2}\cancel{D}^{2}\mathbf{E}$	$\cancel{A}^{6}BC\cancel{D}^{14}E$	$\cancel{A}^{6}B\cancel{C}^{8}D\cancel{E}^{7}$	$\cancel{A}^{6}BC\cancel{D}^{14}E$
5.	$\cancel{A}^{2}\cancel{B}^{2}CD\cancel{E}^{2}$	$\cancel{A}^{6}B\cancel{C}^{18}\cancel{D}^{14}E$	$\cancel{A}^{6}\cancel{B}^{4}\cancel{C}^{8}DE$	$\cancel{A}^{6}BC\cancel{D}^{14}E$

21. Podľa vety 15 musel byť piaty v prsiach C, preto prvý musel byť D.
22. Podľa vety 8 musel byť E v znaku piaty.
23. Keďže podľa vety 2 nemohol byť vo voľnom štýle piaty C ani E, musel to byť B.
24. Prvý teda vo voľnom štýle musel byť E a nakoniec štvrtý bol C.
25. Kvôli vete 10 nemohol byť C v znaku štvrtý. Bol teda druhý a štvrtý bol B.

Našli sme teda prvé riešenie, ktoré uvádzame v tabuľke 2.

Tabuľka 2: 1.možnosť

	prsia	znak	motýlik	v. spôsob
1.	$\cancel{A}^{2}\cancel{B}^{2}\cancel{C}^{21}\mathbf{D}\cancel{E}^{2}$	$\mathbf{A}\cancel{B}^{10}\cancel{C}^{10}\cancel{D}^{10}\cancel{E}^{10}$	$\cancel{A}^{9}\cancel{B}^{20}\cancel{C}^{8}\cancel{D}^{4}\mathbf{E}$	$\cancel{A}^{15}\cancel{B}^{23}\cancel{C}^{12}\cancel{D}^{11}\mathbf{E}$
2.	$\cancel{A}^{2}\mathbf{B}\cancel{C}^{2}\cancel{D}^{2}\cancel{E}^{2}$	$\cancel{A}^{10}\cancel{B}^{25}\mathbf{C}\cancel{D}^{14}\cancel{E}^{17}$	$\mathbf{A}\cancel{B}^{7}\cancel{C}^{8}\cancel{D}^{5}\cancel{E}^{9}$	$\mathbf{A}\cancel{B}^{16}\cancel{C}^{12}\cancel{D}^{14}\cancel{E}^{16}$
3.	$\mathbf{A}\cancel{B}^{1}\cancel{C}^{2}\cancel{D}^{2}\cancel{E}^{1}$	$\cancel{A}^{10}\cancel{B}^{1}\cancel{C}^{13}\mathbf{D}\cancel{E}^{1}$	$\cancel{A}^{7}\cancel{B}^{1}\mathbf{C}\cancel{D}^{3}\cancel{E}^{1}$	$\cancel{A}^{14}\cancel{B}^{1}\cancel{C}^{13}\mathbf{D}\cancel{E}^{1}$
4.	$\cancel{A}^{2}\cancel{B}^{2}\cancel{C}^{2}\cancel{D}^{2}\mathbf{E}$	$\cancel{A}^{6}\mathbf{B}\cancel{C}^{25}\cancel{D}^{14}\cancel{E}^{22}$	$\cancel{A}^{6}\mathbf{B}\cancel{C}^{8}\cancel{D}^{19}\ \cancel{E}^{7}$	$\cancel{A}^{6}\cancel{B}^{23}\mathbf{C}\cancel{D}^{14}\cancel{E}^{24}$
5.	$\cancel{A}^{2}\cancel{B}^{2}\mathbf{C}\cancel{D}^{21}\cancel{E}^{2}$	$\cancel{A}^{6}\cancel{B}^{22}\cancel{C}^{18}\cancel{D}^{14}\mathbf{E}$	$\cancel{A}^{6}\cancel{B}^{4}\cancel{C}^{8}\mathbf{D}\cancel{E}^{19}$	$\cancel{A}^{6}\mathbf{B}\cancel{C}^{23}\cancel{D}^{14}\cancel{E}^{23}$

Vráťme sa teraz naspäť do bodu, kde sme si museli vybrať z dvoch možností (krok 18) a k tabuľke 1.

26. Predpokladajme teraz, že piaty v motýliku bol E.
27. D musí byť teda štvrtý a prvý bude B.
28. Podľa vety 8 bude E v znaku štvrtý.
29. Piaty teda v znaku bude B a druhý C.
30. Kvôli vete 2 nemohol byť piaty vo voľnom štýle B ani E, preto piaty musel byť C.
31. Potom ale C nemôže byť piaty v prsiach (podľa vety 2), a tak bude piaty D a C bude prvý.
32. Ak by B skončil vo voľnom štýle štvrtý, dopadol by v každom štýle inak, preto podľa 11 musel byť prvý, a štvrtý bol E.

Aj pri druhej možnosti výberu plavca, ktorý skončil v motýliku piaty, sme dostali riešenie(tabuľka 3), ktoré spĺňa všetky podmienky, a keďže pri ostatných plavcoch sme piate miesto v motýliku vylúčili už predtým, ďalšie riešenia existovať nemôžu.

Odpoveď: Existujú dve rôzne riešenia, ktoré sú znázornené v tabuľkách 4 a 5

Komentár: Tento príklad bol pomerne náročný, ale niekoľkí z vás sa s ním popasovali veľmi dobre. Častým problémom bolo, že po nájdení jedného riešenia ste sa nesnažili hľadať ďalšie, či dokázať, že iné neexistujú. Veľa z vás sa tiež nesnažilo popísať postup svojho riešenia. Aj keď bol dosť dlhý, vždy je lepšie napísať aspoň časť. Dôležité je tiež overiť si, či vaše riešenie spĺňa všetky podmienky, čím sa vyhnete odovzdaniu nesprávneho riešenia.

Tabuľka 3: 2.možnosť

	prsia	znak	motýlik	v. spôsob
1.	$\cancel{A}^{2}\cancel{B}^{2}\mathbf{C}\cancel{D}^{31}\cancel{E}^{2}$	$\mathbf{A}\cancel{B}^{10}\cancel{C}^{10}\cancel{D}^{10}\cancel{E}^{10}$	$\cancel{A}^{9}\mathbf{B}\cancel{C}^{8}\cancel{D}^{4}\cancel{E}^{26}$	$\cancel{A}^{15}\mathbf{B}\cancel{C}^{12}\cancel{D}^{11}\cancel{E}^{32}$
2.	$\cancel{A}^{2}\mathbf{B}\cancel{C}^{2}\cancel{D}^{2}\cancel{E}^{2}$	$\cancel{A}^{10}\cancel{B}^{29}\mathbf{C}\cancel{D}^{14}\cancel{E}^{17}$	$\mathbf{A}\cancel{B}^{7}\cancel{C}^{8}\cancel{D}^{5}\cancel{E}^{9}$	$\mathbf{A}\cancel{B}^{16}\cancel{C}^{12}\cancel{D}^{14}\cancel{E}^{16}$
3.	$\mathbf{A}\cancel{B}^{1}\cancel{C}^{2}\cancel{D}^{2}\cancel{E}^{1}$	$\cancel{A}^{10}\cancel{B}^{1}\cancel{C}^{13}\mathbf{D}\cancel{E}^{1}$	$\cancel{A}^{7}\cancel{B}^{1}\mathbf{C}\cancel{D}^{3}\cancel{E}^{1}$	$\cancel{A}^{14}\cancel{B}^{1}\cancel{C}^{13}\mathbf{D}\cancel{E}^{1}$
4.	$\cancel{A}^{2}\cancel{B}^{2}\cancel{C}^{2}\cancel{D}^{2}\mathbf{E}$	$\cancel{A}^{6}\cancel{B}^{28}\cancel{C}^{28}\cancel{D}^{14}\mathbf{E}$	$\cancel{A}^{6}\cancel{B}^{27}\cancel{C}^{8}\mathbf{D}\cancel{E}^{7}$	$\cancel{A}^{6}\cancel{B}^{32}\cancel{C}^{30}\cancel{D}^{14}\mathbf{E}$
5.	$\cancel{A}^{2}\cancel{B}^{2}\cancel{C}^{31}\mathbf{D}\cancel{E}^{2}$	$\cancel{A}^{6}\mathbf{B}\cancel{C}^{18}\cancel{D}^{14}\cancel{E}^{28}$	$\cancel{A}^{6}\cancel{B}^{4}\cancel{C}^{8}\cancel{D}^{26}\mathbf{E}$	$\cancel{A}^{6}\cancel{B}^{30}\mathbf{C}\cancel{D}^{14}\cancel{E}^{30}$

Tabuľka 4: 1.možnosť

	prsia	znak	motýlik	v. spôsob
1.	**D**	**A**	**E**	**E**
2.	**B**	**C**	**A**	**A**
3.	**A**	**D**	**C**	**D**
4.	**E**	**B**	**B**	**C**
5.	**C**	**E**	**D**	**B**

Príklad č. 8 (opravoval Peťo):

Zadanie:

Riešenie: Predstavme si náhrdelník ako kruh. Keď ho delíme na dve rovnaké časti, delíme ho na dva rovnaké oblúky. Navyše v oboch oblúkoch má byť rovnaký počet diamantov a rubínov. Máme nájsť taký náhrdelník, ktorý nebudeme takto vedieť rozdeliť. Toľko k vysvetleniu zadania a prejdime k riešeniu.

Zoberme si ľubovoľný náhrdelník, ktorý obsahuje rovnaký počet diamantov a rubínov, pričom ich počet je párny (to, že ten počet je párny, je dôležité, pretože ak by bol nepárny, nevedeli by si ho rozdeliť, ale sám o sebe ten argument nie je postačujúci na to, že si náhrdelník vedia vždy rozdeliť, pretože na dve časti delíme náhrdelník ako celok, a nie kamene). Teraz si náhrdelník pomyselne rozdeľme na dve časti (oblúky). Pozrime sa na číslo, ktoré je rovné *počet diamantov – počet rubínov* v jednej z týchto dvoch častí. Môžu nastať tri možnosti, čomu sa toto číslo rovná: môže to byť 0, alebo môže byť kladné, alebo záporné. V prípade, že je to nula, daný náhrdelník si vedia rozdeliť. Ak je to číslo záporné/kladné, tak druhá časť musí mať toto číslo kladné/záporné (rozmyslite si prečo). Teraz ak oblúky „pootočíme“ (z jednej strany oblúku uberieme jeden kameň a z druhej mu pridáme jeden), tak sa nám číslo *počet diamantov – počet rubínov* zmení o $+1$ (ak sme jeden rubín ubrali a jeden diamant pridali), o -1 (ak sme jeden diamant ubrali a jeden rubín pridali) alebo sa nezmení (ak sme ubrali aj pridali rovnaký kameň). Takto vieme „pootáčať“ oblúky, ža kým si nevymenia pozície. To znamená, že ak mal na začiatku oblúk číslo *počet diamantov – počet rubínov* kladné, na konci ho bude mať záporné. A keďže sa toto číslo mení pri „pootočení“ najviac o plus-mínus jedna, musí po nejakom pootočení byť rovné nula (ak ideme od záporného čísla ku kladnému po číselnej osi, pričom sa posúvame o jedna, budeme niekedy na nule). A teda si vedia náhrdelník rozdeliť.

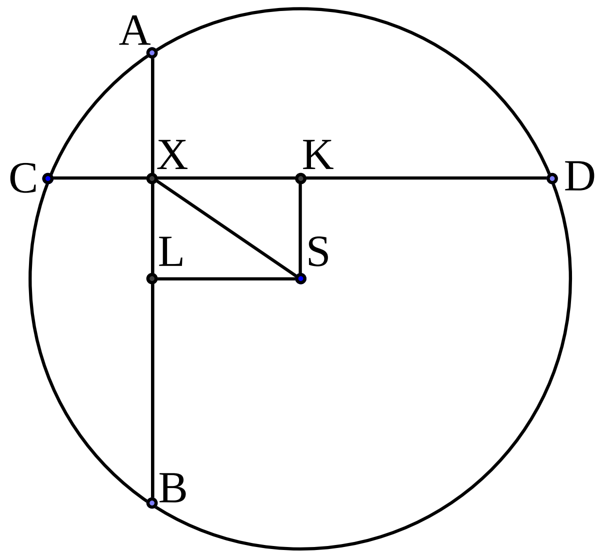
Odpoveď: Taký náhrdelník, ktorý by si nevedeli rozdeliť, neexistuje.

Komentár: Mnohí z vás si príklad zjednodušili tým, že delili na dve časti diamanty a rubíny, aj keď lupiči si delili na dve časti náhrdelník, čo sú dve rôzne veci. Toto predstavovalo výrazné zjednodušenie, preto ste zaňho dostávali málo bodov. Niektorí argumentovali veľkosťou diamantov a rubínov, že pokiaľ bude jeden väčší, ako ostatné, tak si náhrdelník nebudú vedieť spravodlivo rozdeliť. Nápad bol odmenený, avšak len veľmi málo, lebo v zadaní sa hovorilo o tom, že to má byť spravodlivé len na počet.

Tabuľka 5: 2.možnosť

	prsia	znak	motýlik	v. spôsob
1.	**C**	**A**	**B**	**B**
2.	**B**	**C**	**A**	**A**
3.	**A**	**D**	**C**	**D**
4.	**E**	**E**	**D**	**E**
5.	**D**	**B**	**E**	**C**

Príklad č. 9 (opravovali Dada, Zajo):
Zadanie:
Riešenie: Začneme tým, že si nakreslíme pekný obrázok 4. Vyznačíme si, čo poznáme. Po krátkom pozorovaní v ňom nájdeme celkom veľa pravouhlých trojuholníkov.



Obr. 4: Záhrada

Všimnime si trojuholník CKS. Strana CK je kolmá na stranu KS, a teda v ňom platí Pytagorova veta:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Vieme, že CS je vlastne polomer záhrady, teda $|CS| = 30\,\mathrm{m}$ a CK je polovicou dĺžky chodníka CD, teda $|CK| = \frac{|CD|}{2} = 20\,\mathrm{m}$. To platí preto, že KS je kolmé na CD, a zároveň KS prechádza stredom kružnice. Po dosadení do Pytagorovej vety dostávame:

$$|CK|^2 + |KS|^2 = |CS|^2$$

teda

$$400\,\mathrm{m}^2 + |KS|^2 = 900\,\mathrm{m}^2$$

a teda $|KS| = \sqrt{500}\,\mathrm{m}$.

Ďalej si všimneme trojuhoník ALS. Je veľmi podobný tomu predchádzajúcemu. Taktiež AL je polovicou z AB a kolmé na LS. Rovnako AS je polomerom záhrady. Preto tentokrát Pytagorova veta vyzerá takto:

$$|AL|^2 + |LS|^2 = |AS|^2$$

teda

$$625\,\mathrm{m}^2 + |LS|^2 = 900\,\mathrm{m}^2$$

Dopočítame $|LS|$, $|LS| = \sqrt{275}\,\mathrm{m}$.

Teraz nám už zostáva uvedomiť si poslednú vec, a tou je štvoruholník $KSLX$. Keď sa naňho pozrieme lepšie, je vidno, že chodníky sú na seba kolmé, aj KS je kolmé na CD a aj SL je kolmé na AB. Z tohto dôvodu ho môžme pokojne prehlásiť za obdĺžnik a teda aj povedať, že $|XK| = |LS| = \sqrt{275}\,\mathrm{m}$. Potom veľkosť uhlopriečky XS vypočítame tak isto z Pytagorovej vety v trojuholníku XKS:

$$|XK|^2 + |KS|^2 = |XS|^2$$

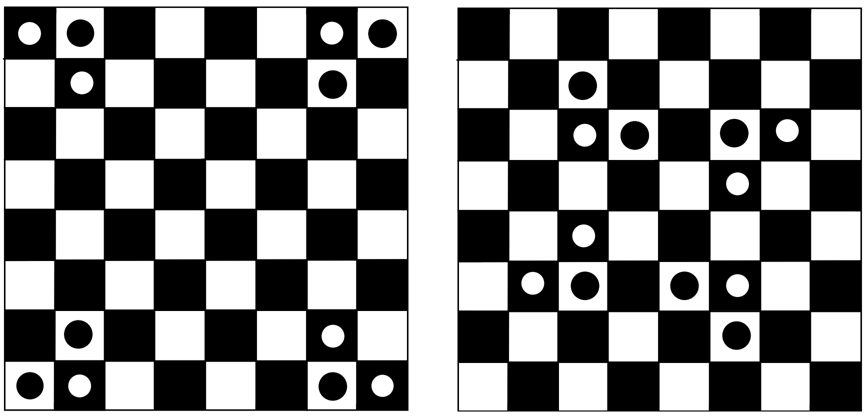
$$275\,\mathrm{m}^2 + 500\,\mathrm{m}^2 = |XS|^2$$

$$XS = \sqrt{775}\,\mathrm{m}$$

Odpoveď: Tadáá, hotovo, požadovaná dĺžka je vyjadrená. Vzdialenosť od stredu je teda $\sqrt{775}\,\mathrm{m}$.
Komentár: Ako ste si mohli všimnúť, v príklade ste nepracovali len s celými číslami, ale aj s odmocninami. Sú to čísla, ktoré sa nedajú úplne presne odmerať, teda postup rysovaním nebol správny. Tí z vás, ktorí sa ale rozhodli príklad vypočítať numericky, sa vo väčšine prípadov dopracovali k správenemu výsledku :).

Prémia (opravovali Andy, Lia):

Zadanie:
Riešenie: Na obrázku 5 vľavo vidíte riešenie prvej časti príkladu. Na tejto šachovnici je 12 koňov a spolu je ohrozovaných alebo obsadených 48 miest. Viac koňov na šachovnicu pri podmienkach spomínaných v zadaní umiestniť nevieme. Vpravo na obrázku 5 môžete vidieť riešenie druhej časti príkladu. Koňov stačilo tiež umiestniť 12, a boli ohrozené alebo obsadené všetky políčka.



Obr. 5: Šachovnica

Odpoveď: Výsledok je na obrázku 5 a v riešení.
Komentár: Príklad ste zvládli pomerne dobre, hlavne prvú časť ste vyriešili pekne. Pri druhej časti ste už viacerí mali problémy nájsť menej koňov, ako 14. Príklad patril, vzhľadom na vaše riešenia, asi k tým ťažším.