Vzorové riešenia 2. kola letnej série 2012/2013

Príklad č. 1 (opravovala Tinka):

Zadanie:

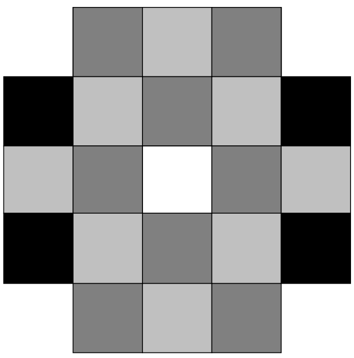
Riešenie: Z deviatich malých kociek sme postavili štvorec 3×3 a následne vybrali strednú kocku. Najprv chceme spočítať počet stien malých kociek, ktoré tvoria povrch telesa. Ak útvar položíme na zem, dolná a horná podstava bude tvorená ôsmimi stenami. Ďalej pozrieme na obvod, ktorý je tvorený $3 \cdot 4$ stenami, a nakoniec nesmieme zabudnúť na stred telesa, ktorý je tvorený štyrmi stenami. Spolu máme $2 \cdot 8 + 3 \cdot 4 + 4 = 32$ stien.

Teraz prejdeme k ťažšej časti príkladu. Chceme vyfarbiť steny telesa tak, aby žiadne dve susedné steny nemali rovnakú farbu. Jedným spôsobom by bolo vyfarbiť každú stenu inou farbou, na to by sme potrebovali 32 farieb. Našou snahou je však použiť čo najmenej farieb. Minimálny počet, ktorý musíme použiť, je 3. Prečo? Keď sa pozrieme na ľubovoľný vonkajší roh telesa, spajájú sa v ňom tri steny, pričom každá susedí so zvyšnými dvoma. To znamená, že už len na takomto rožteku potrebujeme aspoň 3 farby. Teraz vyskúšame vyfarbiť všetky steny telesa pomocou troch farieb.

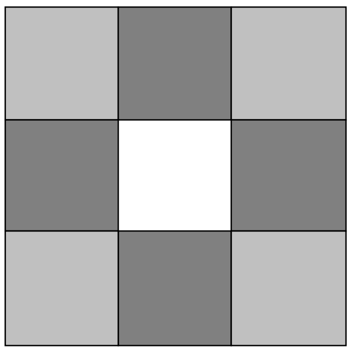
Dávame si pritom pozor na rohy a zároveň si zvolíme taktiku, aby pri diere v strede bola iba jedna farba. Tým si zaistíme, že na štyroch stenách v strede budeme môcť na striedačku použiť zvyšné dve farby.

Najprv si nakreslíme pohľad zhora a zároveň rozložíme bočné steny do plášťa. Pri vyfarbovaní si dávame pozor aby tri štvorčeky v každom rohu boli rôznej farby (obrázok 1).

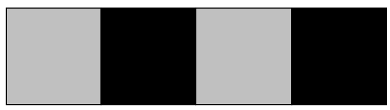
Ďalej nakreslíme pohľad zospodu ako na obrázku 2. Dbáme na to, aby boli rozdielne farby aj pri prepojení stien na tomto obrázku s bočnými stenami z prvého obrázku.



Obr. 1: Plášť hornej časti a bokov



Obr. 2: Pohľad zdola



Obr. 3: Plášť stredu

Ako posledné nám ostáva ofarbiť stredné štyri steny (obrázok 3). Pre prehľadnosť si ich uložíme do pásiku. Z obrázkov vidno, že nám naozaj stačili tri farby na vyfarbenie všetkých stien telesa. Existuje viacero spôsobov, ako sa teleso dá ofarbiť, avšak nám stačilo nájsť jedno. Keďže sme si ukázali, že dve farby by nestačili, dostali sme sa úspešne ku koncu tejto úlohy.

Odpoveď: Povrch ViRPovho telesa tvorí 32 stien malých kociek. Na ich ofarbenie bolo treba minimálne 3 farby.

Komentár: Všetci ste mali správne výsledky, ale to nie je všetko. Aj keď je príklad ľahký, nepodceňujte ho, napríklad keď od vás chceme ofarbenie telesa, tak vyfarbiť iba spodnú stenu nestačí.

Príklad č. 2 (opravoval Lutinko):

Zadanie:

Riešenie: Ako prvé si treba uvedomiť, že číslica F bude rovná číslu 1, lebo súčet dvoch štvorciferných čísel bude maximálne 19998. Keďže máme $F = 1$, tak číslica O musí byť buď 8, alebo 9, pretože ak by bola 7 a menej, nedosiahli by sme súčtom päťciferné číslo. Napríklad $7999 + 1999 = 9998$. Otestujme najprv $O = 9$. Z pozície na mieste stoviek dostávame zvyšok 1 po súčte $9 + 9$, a potom na mieste tisícok budeme mať $O + F = 9 + 1$ a plus zvyšok 1 zo súčtu na stovkách. Dostávame tak na mieste číslice I hodnotu 1,

čo však nemôže byť, keďže $F = 1$ (a každé písmeno má predstavovať inú číslicu). Teda nutne $O = 8$. A následne s istotou určíme $I = 0$, lebo $FI = O + F + 1 = 10$.
Pozrieme sa na pozície desiatok a stoviek, teda na písmená G a H. Vieme, že $O+O = 16$, teda bez pozerania sa na miesto jednotiek by sme mali $H = 6$ a pripočítaním zvyšku by vyšlo $G = 7$. Zatiaľ super. Dostávame podmienku pre miesto jednotiek, a to takú, že nesmú vytvoriť zvyšok, teda ich súčet nesmie byť väčší, ako 10, lebo by po pričítaní zvyšku vyšlo $H = 7$ a aj $G = 7$, čo nesmie. Ostáva nám určiť hodnotu písmen D a T. Keďže $H = 6$, tak jediné možnosti na D sú čísla 0, 1, 2, 3. Číslica 0 to byť nesmie, pretože už máme $I = 0$. Číslica 1 to tiež byť nesmie, keďže $F = 1$. Číslica 2 nebude sedieť, lebo sčítaním $H + D = 6 + 2$ dostaneme hodnotu 8, ale to už je písmenko O. Dosadením za $D = 3$ dostaneme hodnotu písmenka $T = 9$ a teda celkový výsledok je $8886 + 1883 = 10769$. Toto riešenie je jediné.
Odpoveď: Postupným dosadzovaním čísiel dostávame celkový výsledok ako $8886 + 1883 = 10769$.
Komentár: Príklad ste zvládli na výbornú, o čom svedčí aj priemer získaných bodov na osobu rovný 8.96 boda. Strhával som bod za nedostatočné vysvetlenie získaných údajov. Napríklad, prečo musí byť O buď 8 alebo 9 a podobne. Aj keď sú to možno veci očividné, jasné, ale treba ich tam napísať, aby bolo vidno, ako ste rozmýšľali a aká bola vaša snaha. Celkovo som bol veľmi potešený riešeniami a originalitou.

Príklad č. 3 (opravovali Kuchtík, Maťo-Paťo):

Zadanie:
Riešenie: Ako prvé si zistíme výraz, pomocou ktorého si z počtu zubov vypočítame počet pretretí. Každý zub až na krajné pretrieme štyrikrát, teda dvakrát cielene, a ešte raz zprava a raz zľava náhodou. Tie krajné majú iba jedného suseda a teda sú pretreté trikrát. Z toho môžeme usúdiť, že rovnica na výpočet pretretí je $p = 4(z - 2) + 3 \cdot 2 = 4z - 2$, pričom p je počet pretretí a z počet zubov. Keď túto rovnicu upravíme, dostávame $p + 2 = 4z$.

Vieme, že počet pretretí je trojciferné číslo a posledná cifra je štyrikrát väčšia ako prvá. Do úvahy prichádzajú iba dvojice 1 a 4, a 2 a 8, pretože ku trojke by to už bolo 12, a to nie je cifra. Zisťujeme, že možné počty pretretí zubov sú: 104, 124, 134, 154, 164, 174, 184, 194, 208, 218, 238, 248, 258, 268, 278, 298. Z rovnosti $p + 2 = 4z$ sme si všimli, že ak k počtu pretretí prirátame 2, číslo by malo byť násobkom 4, teda by malo byť týmto číslom bezozvyšku deliteľné. Tým pádom môžeme vylúčiť všetky čísla, ktoré následnej skúške nevyhovejú. Skúška vyzerá takto: $104 + 2 = 4z \rightarrow 106 : 4 = z \rightarrow z = 26,5$, čo nie je celé číslo, takže možnosť 104 pretretí môžme zahodiť. Takýmto overovaním pri všetkých možnostiach sme zúžili výber na tieto možnosti: 134, 154, 174, 194, 218, 238, 258, 278, 298. Tiež vieme, že počet zubov sa dá napísať ako $z = 5 \cdot (a + b + c)$, pričom a, b, c sú cifry počtu pretretí. Pre nás je z toho teraz ale podstatné, že počet zubov (teda z) je násobkom 5, a preto končí na cifru 0 alebo 5. Opäť použijeme rovnicu $p + 2 = 4z$ pre zostávajúce možnosti, a tie, pri ktorých sa výsledné z nebude končiť na 0 alebo 5, môžeme tiež vylúčiť. Takto nám ostávajú možnosti $218, 238, 258, 278, 298$. Zostavíme si tabuľku 1, kde porovnáme počet pretretí, ktoré nám ostávajú, pomocou ich ciferného súčtu zistený počet zubov, a okontrolovaný počet pretretí zo zisteného počtu zubov našim výrazom $p = 4z - 2$.

Zostávajúci počet pretretí	218	238	258	278	298
$z = (a + b + c) \cdot 5$	55	65	75	85	95
$p = 4z - 2$	218	258	298	338	378

Tabuľka 1: Tabuľka pre zvyšné možnosti

Jediný stĺpec, kde nastala zhoda v počte pretretí zubov v prvom a treťom riadku, je hneď prvý. Zistili sme, že počet pretretí je 218 a zubov je teda 55.

Počet pretretí je, ako vidíme, párny. Teraz sa pýtame, či sa zmení to, že počet pretretí bude párny, ak sa zmení počet zubov. Odpoveď je nie, pretože $p = 4z - 2$ a $4z$ je vždy párne číslo, a keď od párneho odpočítame párne číslo, dostaneme opäť párne číslo, a preto bude počet pretretí vždy párny.
Odpoveď: Príšerka má 55 zubov, pri jednom umývaní si ich dokopy pretrie 218 krát, čo je párne číslo, a táto párnosť sa nezmení.
Komentár: Tento príklad sa dal riešiť naozaj veľkým množstvom postupov, a tak sme ho aj od vás dostávali,

skoro by sme mohli povedať, že čo riešenie, to iný postup. Vzorák je teda len jedným z mnoha postupov. Príklad ste ale všetci zvládli veľmi hravo a preto sme mohli drvivej väčšine dať 10 bodov.

Príklad č. 4 (opravovali Hanka, Lia, Lucy):

Zadanie:

Riešenie: Pôvodný súčet čísel vo vrcholoch každého útvaru si označme X. Pri štvorci $X = 1+2+3+4 = 10$, pri trojuholníku $X = 1+2+3 = 6$, pri päťuholníku $X = 1+2+\cdots+5 = 15$, pri sedemuholníku $X = 1+2+\cdots+7 = 28$.

Súčet čísel vo vrcholoch každého útvaru, ktorý má v každom vrchole číslo rovné počtu svojich vrcholov, označíme Y. Pre štvorec $Y = 16$, pre trojuholník $Y = 9$, pre päťuholník $Y = 25$ a pre sedemuholník $Y = 49$.

Pri každom N-uholníku meníme v každom kroku čísla v 3 vrcholoch (*NIE v $N-1$ vrcholoch, ako si mnohí z vás mysleli*). Keďže vždy meníme 3 vrcholy a k číslu v každom z týchto vrcholov pripočítame 1 alebo od neho odrátame 1, v podstate súčet čísel vo vrcholoch meníme o 3 ($+3$ alebo -3).

Postupnými operáciami máme dosiahnuť stav, keď má daný N-uholník vo všetkých vrcholoch číslo N. Preto rozdiel medzi číslom X a číslom Y pre daný útvar musí byť deliteľný trojkou ($Y-X$ musí byť deliteľné 3).

Štvorec:

$X = 10$ a $Y = 16$. Súčet čísel vo vrcholoch štvorca teda máme zväčšiť o 6 ($Y-X=6$). 6 je deliteľné 3, preto sa dá dosiahnuť štvorec so samými štvorkami, a to napríklad tak, ako je ukázané v tabuľke 2.

	+1	+1	+1	−1	
A	1	2	3	4	4
B	2	3	4	5	4
C	3	4	5	5	4
D	4	4	4	5	4

Tabuľka 2: Spôsob dosiahnutia štvorca so samými štvorkami

Trojuholník:

$X = 6$ a $Y = 9$, no napriek tomu sa trojuholník so samými trojkami dosiahnuť nedá, lebo keďže má len 3 vrcholy a my máme aj v jednotlivých krokoch meniť 3 vrcholy, vždy by sme menili všetky naraz a rozdiel medzi jednotlivými číslami by zostal zachovaný.

Päťuholník:

$X = 15$ a $Y = 25$. $Y - X = 10$ a keďže 10 nie je deliteľné 3, tak päťuholník so samými päťkami nevieme dosiahnuť.

Sedemuholník:

$X = 28$ a $Y = 49$. $Y - X = 21$. 21 je deliteľné 3, preto sedemuholník so samými sedmičkami dosiahnuť vieme, napríklad tak, ako je uvedené v tabuľke 3.

	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	+1	+1	
A	1	1	1	1	2	3	3	3	4	5	5	5	6	6	6	7
B	2	2	2	3	4	5	5	4	5	6	6	6	7	6	6	7
C	3	3	4	5	6	7	7	6	6	7	7	7	7	6	6	7
D	4	5	6	7	7	7	7	6	6	6	7	7	7	6	7	7
E	5	6	7	7	7	7	6	6	6	6	7	6	6	6	7	7
F	6	7	7	7	7	7	6	6	6	6	7	6	6	6	7	7
G	7	7	7	7	7	7	6	6	7	7	7	6	7	7	7	7

Tabuľka 3: Spôsob dosiahnutia sedemuholníka so samými sedmičkami

Odpoveď: Štvorec so samými štvorkami dosiahnuť vieme (viď tabuľka 2), trojuholník so samými trojkami nie, päťuholník so samými päťkami tiež nie a sedemuholník so samými sedmičkami vieme (viď tabuľka 3).

Komentár: Tento príklad nebol ťažký, no mnohí z vás nepochopili zadanie a namiesto 3 menili čísla vždy v $N-1$ vrcholoch. Treba zadania poriadne čítať, my sme o počte vrcholov, ktorý je o 1 menší, ako celkový počet vrcholov, nič nehovorili. Spomenuté boli jedine 3 vrcholy. Našťastie sme mali aj zopár 10 bodových riešení, ktoré nás veľmi potešili :)

Príklad č. 5 (opravovali Zajo, Jumaj):

Zadanie:

Riešenie: Každé dievča 4 predmety študuje, 2 neštuduje a každý predmet je študovaný dvomi dievčatami, jednou neštudovaný. To znamená, že keď vieme, že niektorá neštuduje nejaký predmet, zvyšné dve ho študovať musia.

Zaveďme si systém skratiek: anj–Angličtina, fyz–Fyzika, alg–Algebra, fra–Francúzština, jap–Japončina, his–História.

Keby študovala Alena anj, tak, aby platila druhá veta o nej, by nemohla študovať his. Keď by neštudovala his, tak aby o nej platila prvá veta, by nesmela študovať alg. Keď by študovala anj, podľa tretej vety o nej by nesmela študovať ani jap, čiže by neštudovala až tri predmety, čo nemôže, musí neštudovať práve dva. Alena neštuduje anj. Cecília a Barbora študujú anj.

Keďže Barbora študuje anj, podľa prvej vety o nej študuje aj jap, vďaka čomu podľa druhej vety o nej neštuduje alg. Alena a Cecília študujú alg.

Cecília, aby o nej platila prvá veta, nesmie študovať fra, lebo študuje alg. Aby o nej platila tretia veta, nesmie študovať jap, lebo študuje anj. Alena a Barbora teda študujú fra a jap. Keďže neštuduje fra a jap a musí študovať štyri zo šiestich predmetov, musí študovať všetky zvyšné – alg, anj, fyz, his.

Vieme, že Alena študuje fra a jap a alg. Podľa prvej vety o nej musí študovať aj his, lebo študuje alg. Teda študuje štyri predmety: fra, jap, alg, his, a neštuduje dva zvyšné – fyz a anj. Teda zvyšné dve musia študovať fyz a anj.

O Barbore tým pádom vieme, že študuje fyz, anj, fra a jap. Neštuduje teda alg a his.

Odpoveď: Alena študuje francúzštinu, japončinu, algebru a históriu. Barbora študuje fyziku, angličtinu, francúzštinu a japončinu. Cecília študuje algebru, angličtinu, fyziku a históriu.

Komentár: Mnohí z vás zle pochopili vety typu „Ak študuje angličtinu, študuje aj japončinu“. Z tejto vety vyplýva len to, že sa nesmie stať, aby platila jej prvá časť (tzv. podmienka, v tomto prípade „Ak študuje angličtinu“) a zároveň neplatila jej druhá časť (tzv. dôsledok, v tomto prípade „študuje aj japončinu“). To znamená, že v tomto príklade dievča pokojne môže neštudovať obidva predmety, študovať obidva, alebo študovať len japončinu. Jediné, čo nemôže, je študovať angličtinu a neštudovať japončinu.

To sme však v zadaní úlohy vysvetili. Zadania čítajte pozorne, ak ich nechápete, spýtajte sa nás, napríklad na email `zadania@riesky.sk`.

Príklad č. 6 (opravovali Tete, Saška):

Zadanie:

Riešenie: Označme si hľadané číslo $ABCD$. Cifra na mieste tisícok, A, nemôže byť nula, pretože inak by šlo o trojciferné číslo. Zároveň čísla AB, AC a AD musia byť prvočísla a teda na mieste tisícok (A) bude jedna z cifier 1, 4, 7. To preto, lebo ako jediné sú na mieste desiatok v dvojciferných prvočíslach tri alebo viackrát.

Na mieste stoviek, desiatok a jednotiek (čiže B, C, D) nemôžu byť párne cifry, pretože po vyškrtnutí by bola zvyšná dvojica deliteľná dvomi, teda by nebola prvočíslo. Zároveň sa na týchto miestach nemôžu vyskytovať cifry 5 a 0, pretože po vyškrtnutí by bola zvyšná dvojica deliteľná piatimi.

Zostali nám teda cifry 1, 3, 7, 9. Vieme povedať, že v trojcifernom čísle BCD bude s istotou číslo 1 a 7. Ďalej vieme, že v čísle nebudú môcť byť zároveň 3 a 9, pretože po vyškrtnutí by zostalo číslo 39 alebo 93, ktoré nie sú prvočísla.

Vráťme sa k číslu A, ktoré môže byť 1, 4 alebo 7. Z týchto troch možností môžme vylúčiť 1 a 7, pretože už boli použité na B, C alebo D. Takže $A = 4$. Ďalej z čísla BCD vieme vylúčiť 9, pretože po vyškrtnutí by nám zostalo číslo 49 a to nie je prvočíslo ($7 \cdot 7$).

Hľadané číslo sa bude skladať z cifier 1, 3, 4, 7 – pričom 4 bude na mieste tisícok. Tieto čísla môžu byť: 4137, 4173, 4317, 4371, 4713, 4731. Najväčšie z nich je číslo 4731. Overme si, či toto číslo spĺňa všetky podmienky:

- Číslo je deliteľné tromi: Kritérium deliteľnosti tromi – súčet cifier je delit'eľný tromi. $4+7+3+1=15$, $15:3=5$. Číslo je teda deliteľné tromi. ✓
- Po vyškrtnutí ľubovoľných dvoch cifier nám zostane prvočíslo: Prvočísla sú 47, 43, 41, 73, 71 a 31. ✓

Odpoveď: Myslené číslo je 4731.
Komentár: Príklad mala väčšina z vás dobre. Najviac ste sa mýlili pri určovaní toho, čo je prvočíslo, a čo nie :) Alebo ste nám nedostatočne vysvetili váš postup. Celkovo ste ale príklad zvládli a môžeme ho hodnotiť ako úspešný.

Príklad č. 7 (opravoval Zajo):

Zadanie:
Riešenie: Ako prvé si uvedomme, že ten, kto odstráni ľavú striebornú mincu, prehral, pretože ten druhý odstráni hneď tú zlatú. Ďalej si treba všimnúť, že posledná pozícia pred takýmto odstránením mince bude $SZSS---\ldots$, keďže obaja hrajú najlepšie a nebudú tú mincu chcieť odstrániť, kým to nebude nutné, ako je to tu. Všimnime si tiež, že sme sa do tejto pozície mohli dostať iba jedným spôsobom, a to tak, že posledná minca bola o niečo ďalej, napr.: $SZS---S---\ldots$. A pred tou mohla byť napr.: $SZ--SS---\ldots$

A na tomto presne založíme našu taktiku na výhru. Rozdeľme si mince na dve dvojice. Ľavú dvojicu (prvá strieborná a zlatá minca) a pravú (druhé dve). Predstavme si situáciu, že máme na hracom poli náhodne rozmiestnené tieto dve dvojice pri sebe: $---SZ----SS---\ldots$. Ak sa teraz pohne hociktorou z dvoch strieborných mincí, ktorými sa dá ťahať, náš ťah by bol „dotiahnutie“ druhej mince z danej dvojice. Napr.: $--S--Z----SS---\ldots \rightarrow --SZ------SS---\ldots$ Takto budeme mať vždy na výber ťah, dostaneme sa do žiadanej pozície: $SZSS---\ldots$ a kráľovná prehrá.

Následne vieme, že keď kráľovná spojí jednu z dvojíc, my vieme spojiť tú druhú a vyhráme. Teda cieľom našej hry bude donútiť kráľovnú ako prvú spojiť niektorú dvojicu. Dosiahneme to nasledovne. Zoberieme si vzdialenosť mincí v prvej dvojici a vzdialenosť mincí v druhej dvojici. Náš ťah bude spočívať v tom, že tieto dve hodnoty vyrovnáme, teda pohneme mincou vo vzialenejšej dvojici tak, aby vzdialenosti mincí v dvojiciach boli rovnaké. Ak sú tieto vzdialenosti rovnaké už pred naším ťahom, znamená to, že prehráme, alebo ak by to tak bolo na začiatku, tak nechceme začínať. Ľahko si však všimneme, že ani v jednej zo zadaných partií tieto vzdialenosti rovnaké nie sú. Toto nám zabezpečí, že ak budeme začínať, vždy budeme mať k dispozícii ťah, ktorý nespája, alebo spája už druhú dvojicu. Ukážková situácia: $--S--Z-S---S---\ldots$ a sme na ťahu. Spravíme $--S--Z-S--S---\ldots$. Keď náš súper teraz pohne ktoroukoľvek mincou o niekoľko dopredu, pohneme takou mincou, aby vzdialenosti mincí v dvojiciach boli znova rovnaké. Takto sa nevyhnutne dostaneme do situácie, kedy mince vo dvojiciach budú bezprostredne pri sebe. Na ťahu bude vtedy kráľovná, čo znamená, že vyhráme.

Pozrime sa teraz na partie v zadaní. V prvej: $S-ZS--S---\ldots$ spravíme ťah odpovedajúci našej taktike: $S-ZS-S---\ldots$ a pokračujeme rovnako. V tejto partii chceme začínať z vyššie uvedených dôvodov. V druhej partii je to o niečo zložitejšie a nedá sa tak ľahko ako prvá partia vyriešiť vypísaním všetkých možností. V pozícii $-S--Z-S-S-\ldots$ sú vzdialenosti dvojíc 2 a 1. Náš ťah teda bude $-S-Z--S-S---\ldots$. Pokračujeme znova našou taktikou. Teda aj v tomto prípade chceme začínať.
Odpoveď: Zajo si musí vybrať, aby začínal v oboch partiách.
Bodovanie: Za každú partiu ste mohli dostať 5 bodov.
Komentár: Viacero z vás prišlo na pár užitočných vecí, ale len niektorí ste to dotiahli do konca. Prišli ste napríklad na to, že ak sa vytvoria na šachovnici dve dvojice mincí pri sebe, prehráva ten, čo je na ťahu, čo vyplýva aj z nášho riešenia.

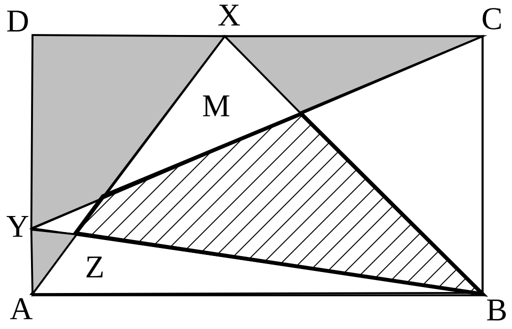
Príklad č. 8 (opravovali Zuzka, Maggie):

Zadanie:
Riešenie: Obsah trojuholníka ABX sa rovná polovičnému obsahu obdĺžnika $ABCD$, pretože platí:

$$S_{\triangle ABX} = \frac{a \cdot v_a}{2} = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$S_{\square ABCD} = a \cdot b$$

Keďže trojuholník ABX má polovičný obsah, súčet obsahov trojuholníkov ADX a BXC je tiež polovica z $S_{\square ABCD}$. To isté platí aj pre obsah trojuholníka BYC a súčet obsahov trojuholníkov BAY a CYD. Prienik trojuholníkov CYD a ABX nazveme M a prienik BAY s ABX nazveme Z (vidno to na obrázku 4).



Obr. 4: Vyznačené oblasti M a Z

Keďže $S_{\triangle ABX} = S_{\triangle BAY} + S_{\triangle CYD}$, tak platí: $M + Z+$ vyšrafovaná časť $= M + Z+$ vyfarbené časti.
Keď upravíme túto rovnicu, tak nám vyjde: vyšrafovaná časť = vyfarbené časti.
Odpoveď: Obsah vyšrafovanej časti je rovnaký, ako súčet obsahov zafarbených častí.
Komentár: Veľmi nás potešilo, že naozaj skoro všetci ste sa dostali k správnemu výsledku a aj ste písali veľmi pekné postupy. Body sme už strhávali len za trošku nedovysvetľované riešenia. Príklad ste riešili mnohými rôznymi spôsobmi, no podstata bola rovnaká.

Príklad č. 9 (opravoval Peťo):

Zadanie:
Riešenie: Ako prvé si uvedomme, že pokiaľ hracie kocky mali súčet bodiek na protiľahlých stenách sedem, tak súčet bodiek na protiľahlých stenách "hracieho kvádra", ktoré sú tvorené dvomi stenami pôvodných kociek, bude štrnásť. Ďalej si musíme uvedomiť, že súčet 20 sa dá získať jedine ako súčet niektorých dvoch dlhších stien "hracieho kvádra". Poďme sa pozrieť, koľko bodiek môžu mať dlhšie steny, aby sa dal vytvoriť súčet 20:

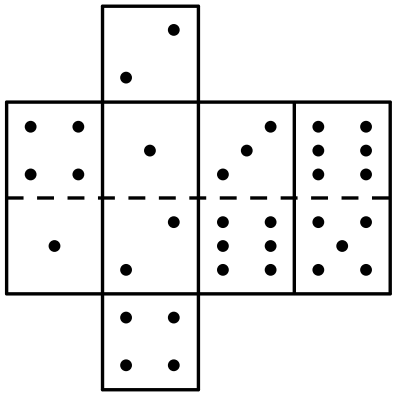
a) 12, 8, 2 a 6
b) 11, 9, 3 a 5
c) 10, 10, 4 a 4

Možnosť *a*) to byť nemôže, pretože z daných strán vieme získať súčet 10, čo je v rozpore so zadaním. Možnosť *c*) to tiež nemôže byť, pretože na takom „hracom kvádri" by bolo maximálne sedem rôznych súčtov, no v zadaní je ich až dvanásť. Zostáva nám teda jedine možnosť *b*). Aby sme vedeli získať súčet 5, musia byť na jednej zo zvyšných stien dve bodky a teda jedna zo zlepených stien je stena s piatimi bodkami. Súčet 9 sa dá získať jedine tak, že na poslednej stene budú štyri alebo šesť bodiek. Šesť tam ale nemôže byť, pretože potom by medzi súčtami uvedenými v zadaní musel byť aj súčet 17 $(11 + 6)$. Preto sú na nej štyri bodky a druhá stena, ktorou sú kocky prilepené, má tri bodky.

Teraz už stačí iba overiť, že súčty, ktoré sa dajú vytvoriť, sú práve tie, ktoré sú napísané v zadaní (to nechávam na vás) a zistiť, či existuje taký „hrací kváder" (existuje a jeho plášť je na obrázku 5).
Odpoveď: Kocky sú k sebe prilepené stenami s tromi a piatimi bodkami.
Komentár: Príklad patril asi k tým ťažším, vzhľadom na veľmi nízky počet riešení.

Prémia (opravovala Marka):

Zadanie:
Riešenie: Takmer všetci ste pochopili, že cieľom je v konečnom dôsledku obsadiť, resp. ohroziť, všetky políčka šachovnice bielymi figúrkami. Pohybmi čierneho kráľa sa nemusíme zaoberať, pretože nikdy nemôže stáť tak, aby bol v ohorození, a teda nám nejakým spôsobom zavadzal. Ohroziť treba naozaj všetky políčka, pretože ak sa nájde čo i len jedno, kde sa môže čierny kráľ schovať, vznikne pat, teda remíza.



Obr. 5: Plášť „hracieho kvádra”

Dalo sa to spraviť na 9 ťahov:

veža $A1 \to A8$,	kráľ $E1 \to F2 \to G3$,
kôň $B1 \to C3$,	strelec $F1 \to D3$,
strelec $C1$ (nehýbe sa),	kôň $G1 \to F3$,
dáma $D1 \to D6 \to B6$,	veža $H1 \to H7$.

Odpoveď: Biely môže dať čiernemu šach mat už na deväť ťahov.
Komentár: Používali ste naozaj rôznorodé taktiky a našli ste rozostavenia v rozpätí 10 až 17 ťahov.