Vzorové riešenia 2. kola zimnej série 2011/2012

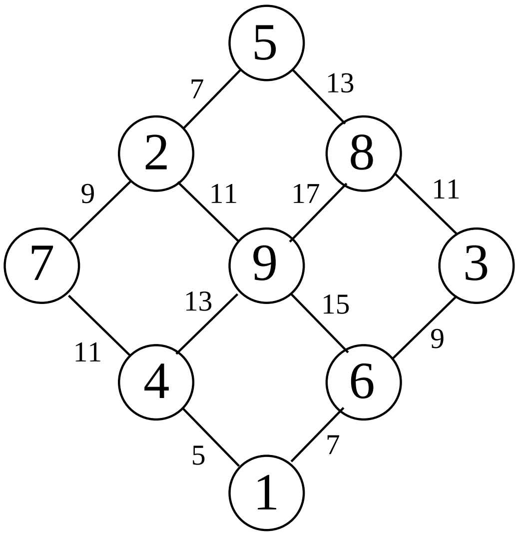
Príklad č. 1 (opravovali iFka, Tinka):

Zadanie:

Riešenie: Ako ste nás mnohí presvedčili, príklad sa dal riešiť viacerými šikovnými spôsobmi. My sme zvolili postup bez skúšania možností. Pre krúžok vpravo dole, ku ktorému vedú čiary s číslami 15, 7 a 9, platia dve podstatné pravidlá:

- súčet 15 vieme z čísel medzi 1 a 9 napísať ako $7 + 8$ alebo $6 + 9$, preto musíme do krúžku vpísať číslo 6 alebo viac
- súčet 7 vieme z čísel medzi 1 a 9 napísať ako $1 + 6$, $2 + 5$ alebo $3 + 4$, preto musíme do krúžku vpísať číslo 6 alebo menej

Na základe týchto dvoch pravidiel vieme, že musíme do krúžku vpísať práve číslo 6. Zvyšné čísla už potom vieme jednoznačne doplniť, ako je vidno na obrázku 1. Na záver už iba skontrolujeme, či je každá číslica použitá práve raz.



Obr. 1: Riešenie príkladu 1

Odpoveď: Doplnené čísla môžeme vidieť na obrázku 1.
Komentár: Milo nás prekvapila rozmatitosť vašich postupov. Väčšina z nich bola úplne správna. Chceli by sme vám pripomenúť, že je veľmi podstatné podrobne popisovať vaše myšlienkové pochody, lebo sme na ne veľmi zvedavé. :o)

Príklad č. 2 (opravovala Betka):

Zadanie:

Riešenie: Ak by sme počítali obyčajný súčet čísel na kockách, tak je jasné že najmenšia možná hodnota by bola 5. Ale pri našom sčítavaní bude päť jednotiek dávať súčet 15. Je teda otázne, či by sme vedeli vytvoriť ešte menší súčet. Pozrime sa na hodnoty našich čísel, každé môže mať dve rôzne. Vlastnú hodnotu, ak je jediné a trojnásobnú hodnotu, ak je viac rovnakých.

Jednotka môže mať hodnoty 1 a 3. Dvojka 2 a 6. Trojka 3 a 9. Štvorka 4 a 12. Päťka 5 a 15. Šestka 6 a 18. Z týchto čísel chceme vyskladať čo najmenší súčet, pričom vyberáme buď jedenkrát tú menšiu hodnotu nejakého čísla, alebo hocikoľkokrát tú väčšiu (ak vyberieme menšiu, väčšiu už vyberať nesmieme). Keď sa na ne lepšie pozrieme, môžeme si všimnúť dve zaujímavé skutočnosti.

Za prvé, ak sa trojka vyskytuje len jedenkrát, má rovnakú hodnotu ako jednotka, ktorá sa vyskytuje viackrát. Za druhé, ak máme dvojku, ktorá sa vyskytuje iba raz, má dokonca menšiu hodnotu ako jednotka, ktorá sa vyskytuje viackrát. Nič, čo má väčšiu hodnotu ako 3 sa nám vybrať neoplatí, lebo presne 3 môžeme mať koľkokrát chceme vďaka jednotke. Oplatí sa nám teda hodiť len jedenkrát dvojku, ktorá bude mať menšiu hodnotu ako tri, a potom buď 4 jednotky, alebo tri jednotky a jednu trojku. V oboch prípadoch dostávame súčet 14, čo je aj najmenší dosiahnuteľný súčet.
Odpoveď: Najmenšia výsledná hodnota, aká môže padnúť, je 14.
Komentár: K správnemu výsledku ste sa úspešne všetci dopracovali. Jediné chybičky krásy spôsobovali neúplné riešenia alebo chýbajúci postup.

Príklad č. 3 (opravovali Danka K., Nika):

Zadanie:

Riešenie: V zadaní príkladu máme niekoľko výrokov, ktoré nám pomôžu odhaliť vinníka. Začneme Jánom.

Ten tvrdí, že on nehodil tým kameňom a že Samuel nehovoril pravdu, keď ho obvinil. Keď sa zamyslíme nad týmito dvomi vetami, prídeme na to, že hovoria presne to isté, a tak to bude aj s ich pravdivosťou - bude rovnaká. A teda musia byť obe pravdivé, lebo nikto nepovedal dva nepravdivé výroky. Ostalo nám tvrdenie, že Osvald je vinný a keďže musí byť nepravdivé, Osvald to tiež určite nebol.

Teraz už vieme aj to, ktorý Samuelov výrok bol nepravdivý - ten, kde tvrdí, že vinníkom je Ján. Zvyšné dva sú pravdivé, takže Ján sochu nepoškodil.

Boris vo svojom jednom výroku tvrdí, že Ján je vinný, no my vieme, že to je klamstvo, teda druhé dva výroky musia byť pravdivé. Z nich sme zistili, že Boris je nevinný a Osvalda nikdy predtým nevidel.

Osvald tvrdí, že sú s Borisom starí priatelia. Odporuje si to však s Borisovým tvrdením, ktoré, ako sme zistili, je pravdivé, teda že nikdy predtým sa nevideli. Preto je tento výrok nepravdivý. A keďže zvyšné dva výroky sú pravdivé, Osvaldom obvinený Ctirad musí byť vinný.

U Ctirada si to môžeme už len potvrdiť. Výrok, že socha bola na námestí, je pravdivý. Výrok, ktorý tvrdí, že neurobil žiadnu škodu, je klamstvo, keďže je vinný, a ten, že nie sú priatelia s Osvaldom, je teda tiež pravdivý.

Odpoveď: Sochu rozbil Ctirad.

Komentár: Príklad bol podľa mňa tak akurát, všetci ste vedeli správny výsledok. Niektorí ste tipovali alebo len tak dosadzovali, no ani tak ste nenapísali, prečo vám to inak nevyšlo, a tak vám pár bodov uplávalo. Spôsobov riešenia bolo viac, väčšina z vás to však mala pekné, postupné a popísané, a tak ste získlai krásnych 10 bodíkov.

Príklad č. 4 (opravovala gubika):

Zadanie:

Riešenie: Označme si číslo, ktoré si Katka myslí, ABC, kde A je cifra na mieste stoviek, B je cifra na mieste desiatok a C na mieste jednotiek. Postupujme podľa Kozzyho inštrukcií a zapisujme si číslo, ktoré dostávame ako výraz.

V prvom kroku si Katka myslí číslo ABC. V druhom kroku si vezmeme päťnásobok cifry na mieste jednotiek, čo je $5 \cdot C$. V treťom kroku k číslu pripočítame 9, máme $5 \cdot C + 9$. V štvrtom kroku to celé vynásobíme štyridsiatimi a dostaneme $(5 \cdot C + 9) \cdot 40$. V piatom kroku pripočítame dvojnásobok cifry na mieste desiatok, máme výraz $(5 \cdot C + 9) \cdot 40 + 2 \cdot B$. Ďalej odpočítame 340, dostaneme $(5 \cdot C + 9) \cdot 40 + 2 \cdot B - 340$. V siedmom kroku celú rovnicu vynásobíme piatimi, teda nám vznikne $((5 \cdot C + 9) \cdot 40 + 2 \cdot B - 340) \cdot 5$. Nakoniec pripočítame číslicu na mieste stoviek pôvodného čísla a ešte 11 a dostaneme $((5 \cdot C + 9) \cdot 40 + 2 \cdot B - 340) \cdot 5 + A + 11$. Toto je presne to číslo, ktoré Katke vyšlo keď splnila všetky pokyny.

Katka Kozzymu povedala, že výsledok je 9185, čo sa má rovnať našemu výrazu. Dajme to teda do rovnice a tú postupne zjednodušujme:

$$\begin{aligned}
((5 \cdot C + 9) \cdot 40 + 2 \cdot B - 340) \cdot 5 + A + 11 &= 9185 \\
(200 \cdot C + 360 + 2 \cdot B - 340) \cdot 5 + A + 11 &= 9185 \\
(200 \cdot C + 20 + 2 \cdot B) \cdot 5 + A + 11 &= 9185 \\
1000 \cdot C + 100 + 10 \cdot B + A + 11 &= 9185 \\
1000 \cdot C + 10 \cdot B + A + 111 &= 9185
\end{aligned}$$

Keď Kozzy od výsledného čísla odpočíta 111, dostane číslo 9074, ktoré by malo byť v tvare $1000 \cdot C + 10 \cdot B + A + 111 - 111 = 1000 \cdot C + 10 \cdot B + A$. O číslach A, B a C vieme, že sú to cifry trojciferného čísla ABC, čiže sú to čísla od 0 po 9 (a A nie je nula, inak by číslo nebolo trojciferné). Keďže číslo C je v rovnici vynásobené tisícmi, tak len ono môže byť na mieste tisícok čísla 9074, teda C je 9. B je v rovnici vynásobené desiatimi, je teda cifrou na mieste desiatok čísla 9074, čiže 7. A je v rovnici len raz, to znamená, že je v čísle 9074 na mieste jednotiek, čo je 4. Číslo ABC je teda 479.

Odpoveď: Katka si myslela číslo 479 a magič Kozzy na to prišiel podobne ako my.

Komentár: Príklad ste takmer všetci zvládli skvele, časť z vás ho riešila podobne ako bolo opísané vo vzoráku, vyvorila si rovnicu. Druhá časť na to išla opačne, od Katkinho výsledku 9185 vykonávali Kozzyho inštrukcie odzadu. V takomto prípade si bolo treba dať pozor, aby ste rozobrali naozaj všetky možnosti.

Príklad č. 5 (opravovali Andy, Kuchtík, Muro):

Zadanie:

Riešenie: Začneme tým, čo je známe. Súčet všetkých troch uhlov v trojuholníku je 180° a teda poznáme uhol pri vrchole A. $|\sphericalangle BAC| = 180° - 65° - 65° = 50°$. Keďže sa lúč v bode F odráža tým istým smerom ako je smer, ktorým lúč do bodu F dopadol, vieme s istotou povedať že dopadol na stranu AC pod 90° uhlom. Teda $|\sphericalangle AFE| = 90°$.

Uhol AEF vieme dopočítať z trojuholníka AEF takým istým spôsobom ako predtým uhol BAC, teda doplníme veľkosť uhlov do celkového súčtu 180°. $180° - 90° - 50° = 40°$. Pretože je odraz lúča ideálny, veľkosť uhlov AEF a BED je rovnaká, teda $|\sphericalangle BED| = 40°$. Dotretice využijeme, že v trojuholníku je súčet uhlov rovný 180° a dopočítame veľkosť uhla BDE. $180° - 40° - 65° = 75°$.

Z vlastnosti ideálneho odrazu môžeme teraz povedať že $|\sphericalangle CDA| = |\sphericalangle BDE|$. Nakoniec zistíme veľkosť uhla DAC pomocou dvoch zvyšných známych uhlov v trojuholníku ADC. $180° - 75° - 65° = 40°$. Teraz už vieme určiť veľkosť uhla BAD, ktorý je rozdielom uhlov DAC a BAC. Teda $50° - 40° = 10°$.

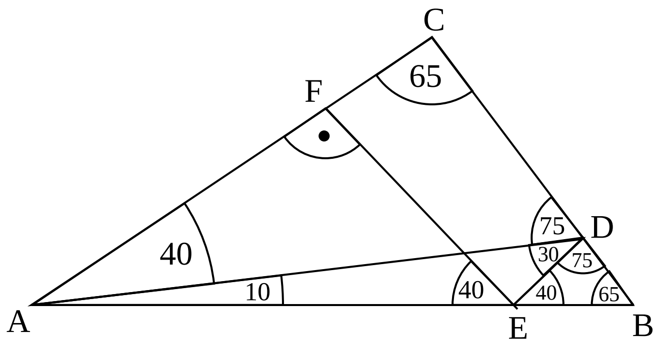
Odpoveď: Lúč sme vyslali pod uhlom 10°.

Komentár: Riešení tohto príkladu nám došlo mnoho no až na pár jedincov sa nelíšili správnosťou. Body sme strhávali väčšinou za nedostatočne vysvetlený postup alebo viacero chýb vo výpočte. To ale nemení fakt, že sme spokojní s tým ako ste si poradili s príkladom :).

Príklad č. 6 (opravoval Phil):

Zadanie:

Riešenie: V tomto príklade sa budeme venovať deliteľnosti číslami 2, 3, 4 a 5. Pre tieto platí:



Obr. 2: Náčrt trojuholníka a uhlov v ňom

- Číslo je deliteľné 2, ak je párne(končí číslicami 0, 2, 4, 6 alebo 8)
- Číslo je deliteľné 3, ak je ciferný súčet deliteľný 3
- Číslo je deliteľné 4, ak je posledné dvojčíslie tohto čísla deliteľné 4
- Číslo je deliteľné 5, ak je zakončené číslicou 0 alebo 5

Naše štvorciferné číslo zo zadania si zapíšeme do tvaru $ABCD$. Vieme, že má byť deliteľné 2 a zároveň 5. To nastane, len ak bude posledné číslo $D = 0$.

Pozrime sa na podmienku zo zadania: *Ak by sme škrtli štvrtú cifru, zvyšné trojciferné číslo by stále zostalo deliteľné piatimi.* To znamená, že predposledná cifra musí byť deliteľná číslom 5 (teda bude 0 alebo 5). Máme teda číslo v tvare $AB00$ alebo $AB50$. Toto celé číslo musí byť deliteľné aj 4, preto vyhovuje len číslo v tvare $AB00$ (pozrieme sa na podmienky vyššie, prečo).

Aby bolo číslo $AB00$ deliteľné 3, musí byť ciferný súčet(v tomto prípade $A + B + 0 + 0 = A + B$) deliteľný 3. Keďže po vyškrtnutí druhej cifry (B) musí byť číslo takisto deliteľné 3 (ciferný súčet čísla $A00$ je $A + 0 + 0 = A$), tak cifra A je deliteľná 3. Do úvahy pripadajú cifry 3, 6 a 9. Vrátime sa k číslu $AB00$, ktorého ciferný súčet $A + B$ je deliteľný 3. Ak A je deliteľné 3, potom aj B musí byť deliteľné 3 (zamyslíme sa nad poslednými dvoma vetami a pochopíme, že to tak naozaj je).

B môže byť teda 3, 6, 9. A čo 0? Môže tam byť, alebo nie? Ak by $B = 0$, potom sa pozrime na 1. podmienku *Ak by sme škrtli prvú cifru (na mieste tisícok), zvyšné* **trojciferné** *číslo by stále zostalo deliteľné dvoma.* Nám by po škrtnutí prvej cifry ostalo číslo 000, ktoré ani náhodou nie je trojciferné, a preto s ním nesmieme pracovať!

Ak by sme škrtli tretiu cifru, zvyšné trojciferné číslo by stále zostalo deliteľné štyrmi. Číslo $AB0$ má byť deliteľné 4, teda $B0$ je deliteľné 4. Spomedzi možností pre $B = 3, 6, 9$ vyhovuje len $B = 6$, lebo vtedy je 60 deliteľné 4.

Teraz to už vieme zhrnúť a vypísať všetky možnosti $A600$ pre $A = 3, 6, 9$.

Odpoveď: Zadaniu vyhovujú čísla 3600, 6600 a 9600, teda úloha má 3 možnosti.

Komentár: Príklad bol jednoduchý. Zložitejšie bolo jasné vysvetlenie, prečo som sa dostal k tomuto výsledku a prečo už iné riešenia nie sú. Najčastejšou chybou bolo, že ste si hneď na začiatku povedali, že prvá podmienka je nám vlastne úplne nanič, lebo číslo bude deliteľné 2 tak, či onak, ale neuvedomili ste si, že 000 nieje trojciferné číslo. Preto museli ísť body dole. Ako radu do budúcna by som snáď mohol odporúčiť, aby ste si na konci ešte raz skontrolovali, či všetky riešenia sú v súlade so zadaním a či sú vážne všetky. Potom sa teším na samé desiatky :)

Príklad č. 7 (opravovali Peťo, Pivo, Zajo):

Zadanie:

Riešenie: Keďže v úlohe pracujeme s pravidelným deväťuholníkom, vieme si nájsť stred jeho opísanej kružnice. Skúsme sa pozrieť na to, čo sa stane, ak spojíme každý vrchol so stredom opísanej kružnice. Vznikne nám deväť rovnoramenných trojuholníkov (zamyslime sa, prečo sú rovnoramenné) so základňou totožnou so stranou deväťuholníka. Súčet vnútorných uhlov v trojuholníku je 180° a deväťuholník sa skladá z deviatich. To znamená, že súčet jeho vnútorných uhlov bude rovný súčtu vnútorných uhlov deviatich trojuholníkov bez jedného plného uhla (360°), zamyslime sa, prečo. Teda jeden jeho uhol má veľkosť:

$$\frac{9 \cdot 180^\circ - 360^\circ}{9} = 140^\circ$$

Obdobne vieme vypočítať veľkosť vnútorného uhla ľubovoľného n-uholníka:

$$\frac{n \cdot 180^\circ - 360^\circ}{n} = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$$

Poďme sa teraz pozrieť na súčet daných uhlov.

Uhol $A_9A_1A_2$ je vnútorným uhlom pravidelného deväťuholníka, čo znamená, že jeho veľkosť je 140°.

Pretože je daný deväťuholník pravidelný budú všetky trojuholníky $A_{n-1}A_nA_{n+1}$ zhodné podľa vety *sus* (všetky majú dve strany totožné so stranou deväťuholníka a rovnaký uhol, ktoré tieto dve strany zvierajú, rovný vnútornému uhlu deväťuholníka). Čo znamená, že majú rovnaké vnútorné uhly. Potom súčet uhlov $A_9A_1A_3$ a $A_9A_1A_8$ je rovný 140°.

Štvoruholníky $A_{n-1}A_nA_{n+1}A_{n+2}$ budú tiež všetky zhodné, pretože majú tri strany totožné so stranou deväťuholníka a rovnaké uhly, ktoré tieto tri strany zvierajú, rovné vnútornému uhlu deväťuholníka (zamyslime sa prečo budú zhodné). Čo znamená, že majú rovnaké vnútorné uhly. Potom súčet uhlov $A_9A_1A_4$ a $A_9A_1A_7$ je rovný $140°$.

Päťuholníky $A_{n-2}A_{n-1}A_nA_{n+1}A_{n+2}$ budú tiež všetky zhodné, pretože majú štyri strany totožné so stranou deväťuholníka a rovnaké uhly, ktoré tieto strany zvierajú, rovné vnútornému uhlu deväťuholníka (zamyslime sa, prečo budú zhodné). Čo znamená, že majú rovnaké vnútorné uhly. Potom súčet uhlov $A_9A_1A_5$ a $A_9A_1A_6$ je rovný $140°$.

Súčet všetkých daných uhlov je $4 \cdot 140° = 560°$.

Odpoveď: Na dvere je potrebné napísať $560°$.

Komentár: Príklad patril medzi tie ťažšie, no vy ste si s ním dokázali pekne poradiť a prísť k správnemu výsledku. Pár bodov však muselo ísť dole, ak ste používali niečo, čo ste neukázali, že platí.

Príklad č. 8 (opravovali Dada, Uhro):

Zadanie:

Riešenie: Skôr než začneme s celým riešením, si trochu objasníme zadanie, pretože u viacerých sa vyskytli malé nedorozumenia. To, že majú všetci rovnaký počet prstov, ale iný na pravej, ako na ľavej znamená, že počet prstov na ľavej ruke je rôzny od počtu prstov na pravej ruke, ale počet prstov na ľavej ruke je u každého ducha rovnaký. Napríklad, ak majú duchovia 5 prstov, tak má každý duch na pravej 2 a na ľavej 3 prsty (prípadne na ľavej 1 a na pravej 4).

A teraz poďme k samotnému riešeniu. Celkový počet prstov si označme p, počet duchov d a počet prstov jedného ducha j. Potom vieme, že platí $p = d \cdot j$. To pre nás podľa zadania znamená, že p sa nedá napísať ako súčin iných čísel (väčších ako 1), iba ako súčin d a j. Ak by to tak nebolo, potom by počet duchov nebol jednoznačne určený(napríklad, ak by počet prstov bol 256, tak by sme si nemohli byť istí, či to je 8 duchov a každý má 32 prstov alebo 4 duchovia kde každý má 64 prstov. . .). Z toho vyplýva že d a j musia byť prvočísla - v opačnom prípade by sme vedeli dostať rovnaký súčin tak, že jedno z čísel vydelíme nejakým jeho deliteľom a druhé tým istým číslom prenásobíme.

Hľadáme teda súčin dvoch prvočísel medzi 200 a 300. To ale nie je všetko. Pozrime sa na číslo p. Vieme o ňom, že je súčinom čísel d a j. Ale ako môžeme s istotou povedať, ktoré z čísel d a j je počet duchov a ktoré počet prstov jedného ducha(teda, keď máme $p = 13 \cdot 17$, tak nevieme či je počet duchov 17 alebo 13)? S istotou to vieme povedať len vtedy, keď sú tieto čísla rovnaké, alebo (toto je dôležité si uvedomiť) ak je jedno z nich rovné 2. Ak sú rovnaké, je nám jedno, ktoré z nich označuje počet duchov a ktoré počet prstov, preto v tomto prípade hľadáme druhú mocninu prvočísla medzi 200 a 300. Túto podmienku spĺňa len číslo 17.

Ťažsie je už ale uvedomiť si, že to nie je jediná možnosť. Pozrime si teda ešte raz podmienku zo zadania. Vieme, že počet prstov na pravej a na ľavej ruke nie je rovnaký a že na každej ruke majú aspoň jeden prst. Z toho vidno, že počet prstov jedého ducha nemôže byť 2 (musí byť väčší), pretože ak by mal jeden duch 2 prsty, tak buď má na pravej ruke 1 a aj na ľavej 1, alebo má na jednej ruke 2 prsty, a na druhej žiadny (ani jeden z prípadov kvôli zadaniu nastať nemôže). Preto ak by $p = 2\cdot$ prvočíslo, tak vieme že 2 určite nie je počet prstov, ale počet duchov.

Odpoveď: Úloha mala teda dve riešnia, duchovia mohli byť dvaja alebo ich mohlo byť 17.

Komentár: S príkladom si väčšina z vás poradila veľmi dobre. Najčastejšou chybou bolo, že ste našli riešenie, že duchov je 17, a nehľadali ďalšie iné, čo vás stálo nejaký ten bod. Poučte sa z toho, a skúste nabudúce vylúčiť aj zvyšné možnosti.

Príklad č. 9 (opravoval Kozzy):

Zadanie:

Riešenie: Skôr ako sa pustíme do počítania samotných pravdepodobností, je dobré si ujasniť, ako taký systém pavúka funguje. Rozlosovanie určí nielen to, kto bude s kým hrať prvý zápas, ale aj víťazi ktorých zápasov budú hrať spolu v ďalšom kole. Pri počte ôsmych tímov sa budú v prvom kole hrať štyri zápasy. Označme ich poradovými číslami tak, že víťaz zápasu 1 bude hrať s víťazom 2 a víťaz 3 s víťazom 4. Uvedomme si, že takéto označenie zaručuje, že tímy vylosované do zápasov 1 a 2 sa nemôžu stretnúť s tými, ktoré budú hrať 3 či 4. Keď losujeme niektorý tím, vyberáme jeho presné umiestnenie v pavúku, teda zápas, ako aj to, či bude v tomto zápase uvedený ako prvý (domáci), alebo druhý (hosť).

Bez ujmy na všeobecnosti (skrátene BUNV) môžeme predpokladať, že tím A hrá prvý zápas ako domáci - tento termín používame, aby sa nám jednoduchšie pracovalo, keď je úplne jedno (ale treba si dať pozor či to ozaj je jedno), či niečo spravíme tak alebo onak, pretože jeden prípad vieme zameniť za druhý - ak by A hralo zápas 2, tak premenujeme zápasy tak, akoby hralo 1., teda 1. nazveme 2. a 2. nazveme 1. Tak isto, keby hralo 3.(alebo 4.) zápas, vymeníme 1. za 3.(4.) a 2. za 4.(3.). Tím má v pozícii hosťa presne rovnaké podmienky ako domáci, teda uvedené vlastnosti zápasov sa tým nijak nezmenia.

Poďme teda na pravdepodobnosti. S tímom A to bude jednoduché, vyhrá každý zápas a do finále sa určite dostane. S ostatnými to už bude ťažšie. Ale iste rýchlo pochopíme, že do finále pôjde najlepší (t.j. najvyššie v abecede umiestnený) tím zo zápasov 1 a 2 a zahrá si proti najlepšiemu z 3 a 4. Každý sa teda dostane do finále práve vtedy, keď je najlepší zo svojej „polovičky“, teda tam musia byť tri tímy od neho slabšie. Z toho vyplýva, že E je najhorší, kto má vôbec nejakú šancu sa do finále prebojovať. Tri tímy slabšie od F,G alebo H nehrajú.

Akú šancu má B? Povedali sme, že A je v 1. zápase domácim tímom. B môže byť buď súperom A alebo v niektorom zo zvyšných troch zápasov buď domácim alebo hosťom, spolu teda 7 možností. Do finále sa dostane, ak vo svojej polovici bude najlepší, čo nastane, keď v jeho polovici nebude A. No a na to potrebuje hrať v treťom alebo štvrtom zápase (či už ako domáci alebo hosť), čo nastane v štyroch možných vyžrebovaniach. Pravdepodobnosť potom vypočítame ako podiel počtu možností, ktoré vyhovejú zadaniu a všetkých možností, teda $\frac{4}{7}$.

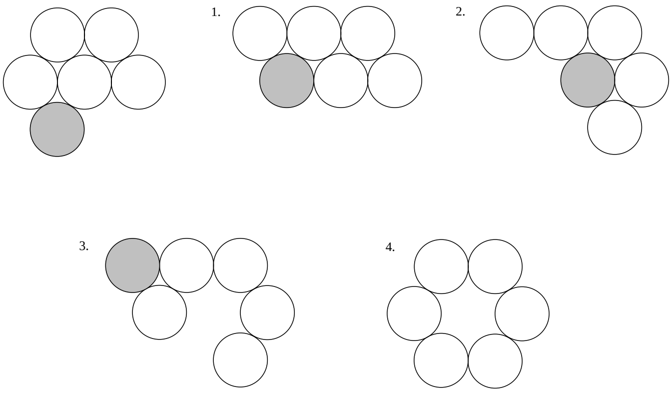
V prípade C potrebujeme, aby sa vyskytlo v 3. alebo 4. zápase, ale zároveň B musí byť v 1. alebo 2. S využitím predchádzajúceho prípadu B bude s pravdepodobnosťou $\frac{3}{7}$ tam, kde ho mať potrebujeme. Z týchto $\frac{3}{7}$ nás ale zaujímajú len $\frac{4}{6}$, kedy C

bude na jednom zo štyroch rôznych miest v 3. a 4. zápase, no tentokrát už len z celkových 6, keďže A a aj B už zabrali dve miesta. Celkovo teda s pravdepodobnosťou $\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} = \frac{2}{7}$ bude C vo finále.

Podobne postupujeme pri D a E. D bude vo finále iba ak B aj C budú v 1. alebo 2. zápase a D bude v 3. alebo 4. zápase. Postupne teda vynásobíme pravdepodobnosti jednotlivých podmienok a dostaneme $\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{35}$. Tím E sa dostane do finále iba v špeciálnom prípade, keď B, C aj D sú vyžrebované do 1. alebo 2. zápasu. Vtedy je isté, že E bude hrať v 3. alebo 4. zápase. To nastane s pravdepodobnosťou $\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{4} = \frac{1}{35}$.
Odpoveď: Pravdepodobnosti sú nasledovné: A - 1, B - $\frac{4}{7}$, C - $\frac{2}{7}$, D - $\frac{4}{35}$, E - $\frac{1}{35}$, F, G a H - 0.
Komentár: Verím že tí, ktorí sa s počítaním pravdepodobností veľmi nekamarátili a bolo vás celkom dosť, ktorým nebolo celkom jasné, ako to funguje, tomu teraz rozumejú trošku viacej a nabudúce bude pekných desaťbodových riešení omnoho viac a troj- a menejbodových omnoho menej.

Prémia (opravovali ViRPo, Hanka):

Zadanie:
Riešenie: Rišenie je znázornené na obrázku 3. Existovalo ešte symetrické riešenie.



Obr. 3: Riešenie prémie krok po kroku

Odpoveď: Príklad sa dal vyriešiť na 4 ťahy.
Komentár: Mali by ste si dávať väčší pozor na zadanie. Viacerí odsunuli jeden z krúžkov, ktoré zavadzali strednému v ceste a na 3 ťahy vytvorili z krúžkov kruh. To však v zadaní nebolo povolené. Veľa ľudí našlo 5 ťahové riešenie, no keby ste trocha viac pohľadali, možno by ste našli aj 4 ťahové. Hádam ste sa ale dobre pohrali. :)