

## Zadania 3. kola letnej série 2011/2012

Termín: 07.05.2012

Naša adresa: Riešky, Mgr. Viera Babišová, Gymnázium Grösslingová, Grösslingová 18, 811 09 Bratislava 1

Ted sa ráno zobudil. Bol krásny deň a slnko svietilo. Už to snáď nemohlo byť ani lepšie, keď si spomenul, že práve dnes je ten deň, keď sa stretne so svojim bratom Danom a zahrajú si tradičnú Laplacesovu hru.

**Príklad č. 6:** Pravidlá tejto hry su pomerne jednoduché. Máme kôpku s  $n$  zápalkami. Hru hrajú dvaja hráči. Hráč, ktorý začína, môže vziať ľubovoľný počet zápaliek, ale nesmie vziať všetky naraz, a zároveň musí vziať aspoň jednu. V ďalších kolách sa hráči striedajú a je dovolené vziať ľubovoľný počet zápaliek (aspoň jednu), ale nesmie to byť viac, než vzal protihráč v predchádzajúcom kole. Vyhráva hráč, ktorému sa podarí zobrať poslednú zápalku. Dana už prestalo baviť, že Ted stále vyhráva. Viete mu poradiť výhernú stratégiu, ak na začiatku pozná číslo  $n$  a môže si vybrať, či chce brať prvý?

S vašou pomocou Dan prvýkrát vo svojom živote vyhral nad svojim bratom. Zaplavil ho neutíchajúci pocit šťastia. Oproti nemu sedel naopak veľmi skleslý Ted. Ťažko niesol prehru a mal z toho veľmi zlú náladu.

**Príklad č. 2:** Ted a Dan sa začali dohadovať, koľko majú rokov. Ted hovorí: Ja mám teraz 2-krát toľko rokov, ako si ty mal, keď ja som mal toľko rokov, koľko máš ty teraz. V čase, keď ty budeš mať toľko rokov, koľko ja mám teraz, budeme mať spolu 63 rokov. Koľko rokov majú Ted a Dan?

Potom, čo sa bratia udobrili, požiadal Dan Teda o pomoc. Chcel dostať posteľ do detskej izby.

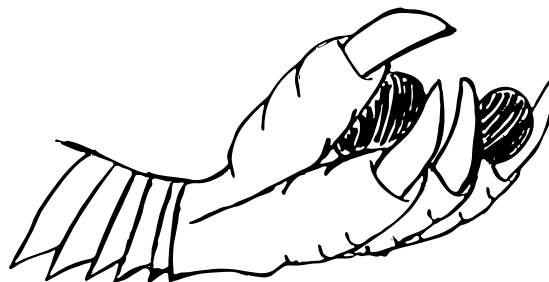
**Prémia:** V Danovom byte sa nachádza 6 miestností a v niektorých sú aj kusy nábytku. Miestnosti sú usporiadané v dvoch radoch po tri. V prvom rade je kúpeľňa, pracovňa a kuchyňa (zľava doprava) a v druhom rade je detská izba, obývačka a jedáleň (zľava doprava). Momentálne je v kúpeľni posteľ, v detskej izbe vaňa, v obývačke skriňa, v jedálni stôl, v kuchyni sporák a pracovňa je prázdna. Izby sú príliš malé, preto sa do jednej nezmestia dva kusy nábytku. Medzi každými dvomi susednými miestnosťami sú dvere. Na koľko najmenej ťahov vedia Dan s Tedom vymeniť vaňu a posteľ? (Na tom, kde zostanú zvyšné kusy nábytku nazáleží.) (Pri tejto úlohe stačí napísať, akými presunmi ste sa dopracovali k výsledku.)

Už sa pomaly stmievalo, a tak sa Ted vybral domov. Jeho cesta viedla cez Fochtelský les.

**Príklad č. 1:** Bolo už šero, keď Ted stretol v lese jednorozca a kentaura. Sú to zvláštne stvorenia. Kentaur každý pondelok, utorok a stredu klame a ostatné dni hovorí pravdu. Jednorozec klame vždy vo štvrtok, piatok a sobotu, ale ostatné dni v týždni hovorí pravdu. Kentaur: „Včera som klamal.“ Jendorozec: „Ja tiež.“ Aký bol práve deň?

Na ďalší deň ráno, keď sa Ted zobudil, z okna sa mu naskytol podivuhodný pohľad. Traja draci tam hrali guľôčky, nie však obyčajné.

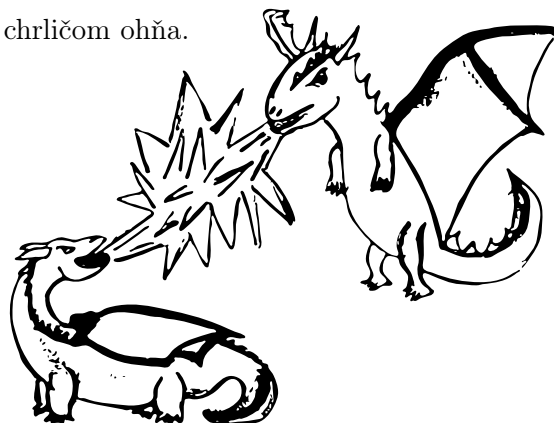
**Príklad č. 3:** Na začiatku sú v klobúku dve guľôčky - jedna biela a jedna čierna. Dvakrát po sebe sa zopakuje ten istý postup: Draci vyberú náhodne jednu guľôčku, pozrú sa, akú má farbu a späť do klobúka vhadia dve guľôčky tejto farby. Po dvoch ťahoch budú teda v klobúku 4 guľôčky. Drak Kozzy vyhrá, ak budú tri biele a jedna čierna. Dračica Dada vyhrá, ak budú dve biele a dve čierne a drak Peťko vyhrá, ak budú tri čierne a jedna biela. Viete, kto z nich vyhrá najčastejšie?



Draci hrajúci guľôčky mu pripomenuli iné zážitky z dračej olympiády. Obzvlášť z tej, na ktorej sa zúčastnili jeho prví draci.

**Príklad č. 4:** Na prípravnom sústreďení dračej olympiády bývali spolu draci Tinka, Danka, Phil a ViRPo. Čoskoro sa o sebe dozvedeli, že každý z nich navštevuje iný ročník dračej akadémie (sú štyri). Každý z nich sa tiež venoval inému druhu umenia: šachovému, tanečnému, umeniu chrenia ohňa a fotografickému. Dozvedeli sa, že:

- Tinka a druhák navštevujú tú istú akadémiu.
  - Tanečník a prvák žijú v jednom meste.
  - Danka a fotograf prišli na sústreďenie neskôr než ostatní.
  - Phil a štvrták chodili ráno behať.
  - Danka a tretiak hrávali večer stolný tenis s Philom a chrličom ohňa.
  - ViRPo je mladší než fotograf.
  - Tinka je staršia než Phil.
  - Šachista je starší než Tinka.
  - V nedeľu sa Tinka a chrlič ohňa zúčastnili súťaže.
  - Fotograf sa nemohol zúčastniť, pretože bol chorý.
- Zistite mená a oblasti záujmu každého draka.



Počas sústreďenia šachista dával každému túto hádanku.

**Príklad č. 5:** Daná je šachovnica z rozmermi  $19 \times 19$ . Na každom políčku stojí figúrka. Je možné prestavať figúrky tak, že každá figúrka sa bude nachádzať na políčku, ktoré susedí s pôvodným stranou?

Potom, ako sa súťažiacim podarilo rozlúštiť šachistov problém, nastal čas na seriózne príklady. Obzvlášť jeden príklad sa každému vryl do pamäti, keďže ho skoro nikto nezrátal.

**Príklad č. 9:** Dokážte, že vo všeobecnom trojuholníku  $ABC$ , pri klasickej označení vrcholov a strán, platí nasledovné:

$$t_c < \frac{1}{2}(a + b)$$

Zvuk rozbíjajúceho sa skla z pivnice priviedol Teda späť do súčasnosti. Keď pribehol do pivnice, zistil, že to bol len prievan. Ale uvedomil si niečo iné.

**Príklad č. 7:** V pivnici bolo vedľa seba uložených 10 dosiek. Ted si spomenul, že ich treba zafarbiť jednou z troch farieb (žltá, zelená, sivá) tak, že vedľa seba stojace dosky budú zafarbené rôznou farbou. Koľkými spôsobmi to Ted môže urobiť? A koľkými spôsobmi to vie urobiť, ak chce, aby aspoň jedna doska bola sivá?

Pri tom, ako natieral dosky, za ním prišiel malý Kozzy. Nevedel si dať rady s domácou úlohou z dračej akadémie.

**Príklad č. 8:** Koľko je takých 6-ciferných čísel v tvare  $\overline{abcabc}$ , ktoré sú deliteľné číslom 455? (Cifry  $\bar{a}$ ,  $\bar{b}$  a  $\bar{c}$  môžu byť aj rovnaké.)

Ted pozrel na zadanie a čudoval sa, že ho Kozzy nezrátal sám. Kozzy asi na dračiu olympiádu nepôjde. . .