

Zadania 2. kola letnej série 2011/2012

Termín: 23.04.2012

Naša adresa: Riešky, Mgr. Viera Babišová, Gymnázium Grösslingová, Grösslingová 18, 811 09 Bratislava 1

Ted Williams mal svojich drakov veľmi rád. A preto, keď sa dopyčul o tom, čo sa stalo jeho kamarátovi z Austrálie, rozhodol sa zakročiť. Aby ste totiž rozumeli, jeho kamarát Davis mal drakov rovnako rád ako Ted. A asi tak pred týždňom Davis volal Tedovi, nech mu príde pomôcť. Vraj mu niekto úplne zhyponotizoval drakov a tie teraz vôbec nevedia, čo robia. Nevedia dokonca vypočítať ani ten najjednoduchší príklad. Veď sami uvážte.

Príklad č. 6: Štvorciferné číslo \overline{ABCD} je druhou mocninou iného čísla. Poznáme len jeho tretiu cifru, nulu. Ďalej o ňom vieme, že $A = B + D$. Ktoré je to číslo?

Musíte uznať, že to s tými drakmi bolo vážne, keď nezvládli ani takúto úlohu.

Ted vtedy nezaváhal ani minútku a odletel za Davisom. Kamarátovi však nevedel pomôcť. Preto, že draky neboli tréňované, majú len malú šancu, že sa opäť vyliečia a budú ako pretým.

Keďže Ted nevedel pomôcť kamarátovým drakom, rozhodol sa, že aspoň podnikne kroky na ochranu mysle svojich drakov.

Samozrejme, nemôžete začať tréňovať len tak halabala. Musíte si spraviť systém. To presne chcel urobiť, ale narazil na záľudný problém. Chcel, aby bol jeho plánik naozaj veľmi pekný a esteticky zladený. Ľahko sa však povie, ale horšie urobí.



Príklad č. 1: Ted začal vyfarbovať mriežku v tvare pyramídy, ktorá bola zostavená z 15 bodov, pričom v prvom riadku bolo bodov päť, v druhom štyri, a tak ďalej. Chcel ofarbiť každý jej bod jednou z troch farieb - červenou, modrou alebo žltou. Rozhodol sa že to vyfarbí tak, aby žiadne dva susedné body v mriežke nemali rovnakú farbu. Už stihol vyfarbiť pravý dolný roh na červeno a ľavý dolný roh na modro. Ktorými farbami mohol Ted vyfarbiť horný vrchol?

Teraz, keď už mal pekný plánik, mohol začať výcvik. Aby ho však nastavil správne, potreboval zistiť, ako sú na tom draci matematicky. Preto im dal vyriešiť túto úlohu.

Príklad č. 2: Nakreslite pôdorys námestia, ktoré je štvorcové, v jeho rohoch sú stĺpy, v strede studňa a po obvode má kvetináče, keď poznáte len polohu jedného stĺpu, kvetináča a studne.

Potom, čo Ted zistil, ako sú na tom jeho draci, bol celkom potešený. Spomenul si však na to, čo vždy hovorieval jeho otec. „Len v zdravom tele prebýva zdravý duch.“ To je jeden zo základných princípov drakokagatie. A tak sa vybrali na dračí olympijský štadión.

Dostať sa na štadión je pomerne náročné. Potrebujú sa dostať až na druhú stranu ostrova.

Príklad č. 7: Na ostrove je 15 miest a každé mesto je spojené cestou s aspoň siedmimi inými. Dokážte, že z ľubovoľného mesta sa do ľubovoľného iného dá dostať buď priamou cestou, alebo cez jedno iné mesto.

Keď vstúpili do starodávneho mesta Elboron, hneď ich zaujali plagáty všade navôkol. V meste práve prebiehal dračí turnaj.

Prvou a najstaršou disciplínou bol skok po číselnej osi.

Príklad č. 4: Drak skáče po číselnej osi tak, že začína na čísle 1, a chce postupne skočiť na všetky čísla od 1 po 10, na každé práve raz (a taktiež nechce skočiť na žiadne iné). Každým skokom sa môže posunúť najviac o 3 čísla, a musí dodržiavať pravidlo, že po každom skoku doprava nasleduje skok doľava a naopak. Nájdite všetky spôsoby ako môže drak skákať.

Druhá disciplína mala otestovať ich logické myslenie a dôvtip.

Príklad č. 9: Máme stôl tvaru štvorca. V každom z jeho rohov je položená jedna minca (nevieme ako). Úlohou draka je otočiť všetky mince tak, aby smerovali rubom nahor. V jednom ťahu môže otočiť ľubovoľný počet mincí. Na konci ťahu sa dozvie, či splnil úlohu. Ak ju nesplnil, stôl sa zatočí a drak nebude vedieť, ktoré mince v predchádzajúcom ťahu otočil. Aký je postup, aby drak vedel splniť úlohu? (Pri plnení úlohy má drak zaviazané oči a nedokáže hmatom rozpoznať, akou stranou nahor sú uložené mince).



Jednou z pôvodných disciplín bol aj dračí let. Už podľa názvu vieme povedať, že túto úlohu zvládli len tí najrozvážnejší draci. Ted si však nevedel spomenúť, aká dlhá mala byť trať. Jeden z jeho drakov mu pošepkal takýto hint.

Príklad č. 5: Dĺžka trate je päťciferné číslo, o ktorom vieme, že keď k nemu pripočítame súčet jeho cifier, dostaneme presne 100000. Viete povedať, koľko dračích stôp mala trať?

Zatiaľ čo draci zdolávali prekážky dračieho letu, Ted si krátil voľný čas takýmto príkladom.

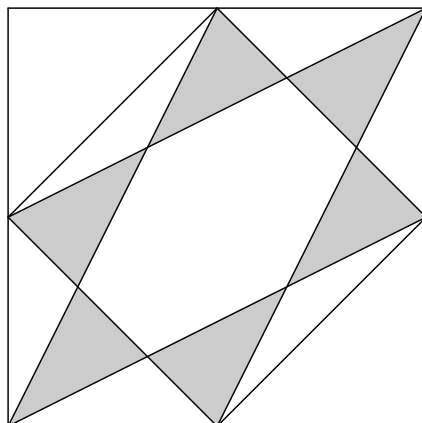
Príklad č. 3: Mal obdĺžnik a trojuholník s rovnakými obvodmi. Všetky ich strany boli vyjadrené dvojcifernými číslami, ktorých cifry sa z obrázku zosypali na jednu kopu: 01111123444566. Aké mohli byť pôvodné rozmery útvarov? Ted chcel nájsť všetky možnosti.

Len zopár jednotlivcov úspešne skončilo dračí let a prebojovalo sa tak do finále. Po zaslúženom oddychu sa všetci súťažiaci stretli pri plnení najťažšej úlohy.

Príklad č. 8: Uprostred štadióna sa nachádzala prekrásna mozaika. Mala tvar štvorca s obsahom 1000cm^2 . Keď sa pospájali stredy jeho štyroch strán tak, ako je to načrtnuté na obrázku 1, vznikla nám veľmi zaujímavá časť. Úlohou drakov bolo vypočítať obsah tejto časti.

Po dlhom a namáhavom dni turnaj skončil a na počesť tradície si všetci súťažiaci zahrli takúto hru.

Prémia: Na začiatku mám 15 drošov, hrám 20 kôl a v každom môžem kupovať jedlo za 1 droš, malého kentaura za 3 droše a malého jednorožca za 7 drošov. Jedlo zasadím a o kolo mám z neho dve jedlá. Keď si kúpim malého kentaura a budem sa oňho kolo starať, vyrastie na dospelého a môžem ho potom predať za 4 droše. Keď si nechám dvoch dospelých kentaurov jedno kolo, budú mať malého kentaura. Keď si kúpim malého jednorožca a budem sa oňho dve kolá starať, vyrastie na dospelého a môžem ho potom predať za 9 drošov. Keď si nechám dvoch dospelých jednorožcov dve kolá, budú mať malého jednorožca. Na konci každého kola, pred nákupmi a predajmi musím všetky svoje zvieratká nakrmiť jedným jedlom (bez ohľadu na veľkosť zvieratka). Mojm cieľom je zarobiť počas 20 kôl čo najviac peňazí (na konci sa zvieratká predajú za ich ceny, jedlo sa však predať nedá). (Pri tejto úlohe stačí napísať, akými akciami ste sa dostali k výsledku.)



Obr. 1: Rozdelenie štvorca

Ted bol veľmi spokojný s výkonmi svojich drakov. Jeho obavy sa o čosi zmenšili, ale predsa sa rozhodol nastaviť svojim drakom vyvážený tréningový program, aby si udržali bystrú myseľ a, samozrejme, nezabudol ani na fyzickú záťaž.