

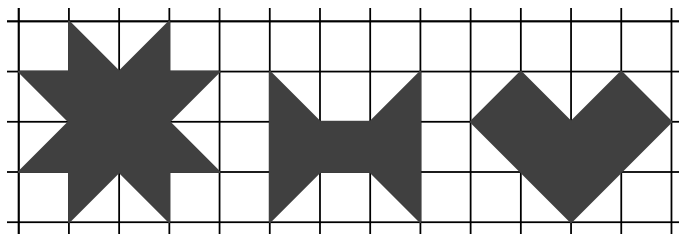
Zadania 1. kola letnej série 2011/2012

Termín: 12.03.2012

Naša adresa: Riešky, Mgr. Viera Babišová, Gymnázium Grösslingová, Grösslingová 18, 811 09 Bratislava 1

Ted Williams toho zažil veľa a myslel si, že ho už nič neprekvapí. Preto si nebol celkom istý, či ho viac prekvapilo to, že ho niečo prekvapilo, alebo to, že v jedno poobedie videl krdeľ drakov z Foxtellského lesa letieť smerom na východ. Štúdiom drakov sa ako svojmu koníčku venoval už skoro 47 rokov, a preto hneď vedel, že je to veľmi nezvyčajné. Draky sú veľmi naviazané na svoj domov, nerady ho opúšťajú. Mohlo to znamenať len jediné - pytliaci spoza lesa chcú zas draky na niečo nalákať a uloviť. Ted bol múdry, vzdelaný človek. Každú noc sledoval hviezdy a vedel, že sa stane niečo zlé. Len nevedel, ako veľmi zlé...

Príklad č. 2: Ted videl na oblohe (obrázok 1) tri útvary, ku ktorým si domyslel štvorcovú sieť: hviezda, mašľa a srdce (zľava doprava). Zistil, že obvod hviezdy je o 32 km väčší, ako obvod mašle. Aké boli potom obsahy všetkých troch útvarov?



Obr. 1: Útvary

Ted hneď bežal skontrolovať svoje draky. Správali sa veľmi čudne - boli nepokojné a snažili sa vytrhnúť z reťazí. Jednému z nich sa to podarilo. Ted sa za ním okamžite vybral, aby ho chytil.

Príklad č. 8: Hneď, ako sa drak vytrhol z reťazí, začal sa správať ešte čudnejšie - akoby žil na číselnej osi, ktorá ide od nuly do nekonečna. Ted ho sledoval a zistil, že každú noc sa drak pohne o n čísel dopredu (napríklad ak je na čísle 10 a pohybuje sa o dve čísla dopredu, ráno bude na čísle 12). Ted sa ho snažil chytiť, a tak každý deň vyskúšal jedno číslo na číselnej osi, či tam náhodou drak nie je. Ted vie, že drak bol včera na čísle nula. Existuje stratégia, ktorou Ted určite dokáže chytiť draka?

Ted to však čoskoro vzdal - ak sa mu aj podarilo dostať k drakovi bližšie, vždy sa prezradil a drak mu uletel. Rozhodol sa teda požiadať o pomoc svojho brata a jeho rodinu, ktorá žila na kraji rieky. Sľúbili mu pomoc, no keď sa s ním chceli vydať na cestu, nastal problém s prepravou cez rieku.

Prémia: Každá z dvoch rodín, Williamsovci a Johnsonovci, pozostáva z piatich členov (otec, mama, syn, dcéra a babätko). Rodiny sa nachádzajú na opačných brehoch rieky a chceli by si vymeniť miesta. Cez rieku sa dá dostať iba pomocou vratkej loďky s lodivodom. Loď však prejde na druhú stranu jedine ak sú v nej traja ľudia, vrátane lodivoda, ktorý ju riadi. Otec za prechod musí zaplatiť päť, mama štyri, syn tri, dcéra dve a babätko jednu mincu. Pretože mal však lodivod radostnú náladu, rozhodol sa im dať zľavu jednu mincu, ak naraz v loďke budú súrodenci, alebo rodič s dieťaťom. Babätko musí ísť ešte s niekým zo svojej rodiny. Koľko najmenej peňazí potrebujú obe rodiny spolu na to, aby si vymenili miesta? (*K tejto úlohe stačí napísať, aké presuny ste vykonali, aby ste sa dostali k najmenšiemu počtu peňazí.*)

5.	?	?	?	?	*****
4.	5	7	8	9	*
3.	5	3	1	4	##
2.	4	1	8	2	##
1.	6	1	5	2	*#

Tabuľka 1: Hra logik

Bohužiaľ, nemali pri sebe toľko peňazí. Lodivod však súhlasil, že ak si s ním Ted zahrá hru Logik, nechá ich prejsť zadarmo.

Príklad č. 6: Tabuľka 1 ukazuje prvé štyri kroky hry Logik, kde Ted hádal číselnú kombináciu (štvormiestne číslo zložené z číslic 1 až 9 bez opakovania) v políčkach. Lodivod po každom kole obodoval zadanú kombináciu - za každú správnu číslicu, ale na nesprávnej pozícii, mu pridelil # a za každú správnu číslicu na správnej pozícii mu priradil *. V 5. kole Ted kombináciu uhádol. Aká bola hľadaná kombinácia?

Samozrejme, cesta neprebehla bez problémov. Všetci totiž chceli sedieť na loďke vpredu, aby mali čo najkrajší výhľad na okolitú prírodu. Ako ináč - pohádali sa.

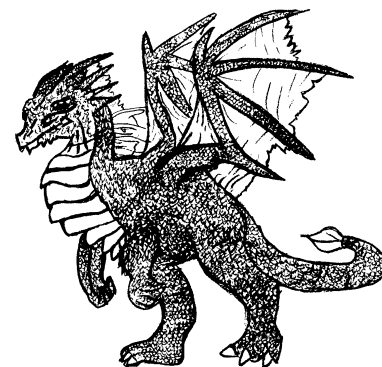
Príklad č. 4: Dcéra Alica, mama Betka, syn Chris a otec Dan chceli sedieť na loďke vpredu a pohádali sa. Vieme, že z dievčat si tam sadne najviac jedno a z chlapcov aspoň jeden. Zo súrodencov Alica/Chris bude sedieť vpredu práve jeden. Betka si tam nesadne, ak tam s ňou nebude aj Dan, a Alica si tam odmietne sadnúť, ak si tam sadne Dan. V akých zoskupeniach môžu vpredu na loďke sedieť a kto v žiadnom prípade vpredu nebude? Nájdite všetky možnosti.

Prešli cez rieku, no keď sa drakovi po niekoľkých dňoch dostali na stopu, cestu im skrížil pustovník. Povedal im, že aby mohli prejsť cez jeho les, musia vyriešiť túto úlohu:

Príklad č. 5: Nazvime prirodzené číslo *pozoruhodným*, ak má súčasne týchto päť vlastností:

- je päťciferné,
- je menšie ako 85000,
- je deliteľné šiestimi,
- neobsahuje číslice 1, 3, 4 a 7,
- všetky jeho číslice sú navzájom rôzne.

Koľko existuje pozoruhodných čísel?



Pustovník ich zdržal len na chvíľu, preto sa čoskoro zas vydali na cestu. Podvečer našli draka v malom údolí. Ležal na zemi a pokojne odpočíval, no Ted si všimol, že vedľa neho boli položené zvláštne kamenné valce.

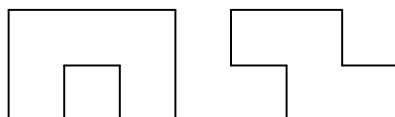
Príklad č. 9: Na zemi ležali dva valce, ktoré sa navzájom dotýkali. Ich priemery boli 12 cm a 9 cm. Na nich (s oboma sa dotýkal) ležal tretí tak, že jeho najvyšší bod bol od zeme rovnako vzdialený ako najvyšší bod valca s priemerom 12 cm. Aký bol priemer tretieho valca?

Zostúpili ku drakovi do údolia, no keď sa ho pokúsili chytiť, omylom zvalili tie prazvláštne valce, ktoré boli, ako sa ukázalo, poplašným zariadením. Okamžite ich obklúčila skupinka pytliakov. Pustovník - nahnevaný, že vyriešili jeho úlohu - totiž pytliakov varoval, že sa niekto pokúsi priblížiť k ich územiu. Zajali ich aj spolu s drakom a odviekli ich do svojej jaskyne. Veru, Tedovi nebolo všetko jedno, keď tam bezmocne sedeli uväznení v cele. Nebolo tam nič, len nápis na stene v nejakom starobyľom jazyku. Po chvíli sa im ho podarilo rozlúštiť.

Príklad č. 7: Daných je 2012 celých čísel. Je známe, že súčet ľubovoľných 73-och z nich je kladný. Dokážte, že aj súčet všetkých 2012-ich čísel je kladný.

Ted to dokázal vyrátať aj z hlavy, a keď začal riešenie ostatným vysvetľovať, pytliaci, čo ich strážili, na chvíľu prestali dávať pozor. Tedovmu bratovi sa podarilo oslobodiť si ruky, vzal jednému z nich jeho kyjak a oboch strážcov omráčil. Keď sa však pokúsili dostať von, zistili, že na otvorenie východu z jaskyne pytliaci používajú páku tvaru štvorca, ktorú treba prevážiť ťažkými balvanmi.

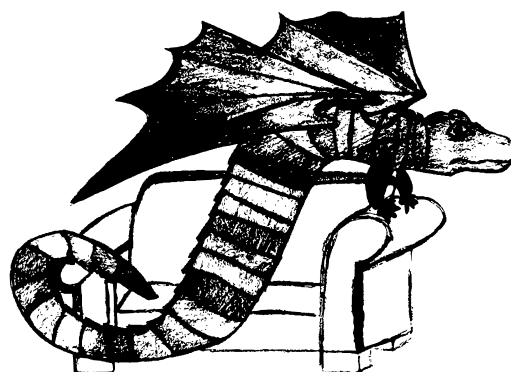
Príklad č. 1: Na obrázku 2 sú dva typy balvanov. Z každého typu majú k dispozícii štyri kusy. Dokážete im pomôcť z nich vytvoriť jeden štvorec? Ak áno, ako?



Obr. 2: Typy dielov

Netrvalo dlho a dostali sa von. Vysadli na draka a na jeho chrbte leteli smerom domov. Rozhodli sa svoje dobrodružstvo osláviť, tak sa po ceste zastavili v malom pohostinstve v blízkej dedine.

Príklad č. 3: Na troch poličkách sa tam nachádzalo spolu 20 sudov hrozbovej šťavy. Boli tam tri rôzne druhy sudov - veľké, stredné a malé litrové. Na každej z poličiek bolo rovnaké množstvo šťavy. Na prvej poličke boli dva veľké a šesť malých (litrových) sudov. Na druhej poličke bol jeden veľký a štyri stredné sudy. Na tretej poličke bolo niekoľko stredne veľkých sudov, rovnako veľa litrových sudov a jeden veľký sud. Koľko hrozbovej šťavy bolo spolu na všetkých troch poličkách?



Oslavovali celú noc. Keď Ted nadržanom prišiel domov, jediné, čo chcel, bolo sadnúť si do svojho kresla s dobrou knižkou v rukách a čakať, kým mu jeho milované draky pripraví ďalšie dobrodružstvo.