Vzorové riešenia 3. kola letnej série 2010/2011

Príklad č. 1 (opravovala Tinka):

Zadanie:

Riešenie: Riešime logickú úlohu. Na troch miestach sedia tri bohyne: Pravda, Múdrosť, Lož. Zo zadania vieme, že Pravda vždy klame, Lož vždy vraví pravdu a Múdrosť ako sa jej zdá vhodné. Troška sa v tom dá zamotať, ale aspoň si pocvičíme vyjadrovacie schopnosti.

Všetkých troch sme sa opýtali, kto sedí v strede. Takáto úloha by sa dala riešiť vypísaním všetkých možností a ich postupným overovaním. Taký spôsob je úplne správny. Skúsime na to ísť však jednoduchšie. Rozmýšľajme, kde môže sedieť Lož, ktorá musí hovoriť pravdu.

- Lož sedí napravo. Hovorí pravdu, že v strede sedí tiež Lož. Toto nám neplatí, lebo nemôže sedieť na dvoch miestach.
- Lož sedí v strede. Na otázku kto sedí v strede hovorí Múdrosť. To je však klamstvo, lebo tam sedí ona. Tiež neplatí.
- Lož sedí naľavo. Túto možnosť ako jedinú možnú, ďalej rozoberieme.

Lož sedí vľavo. Na otázku, kto sedí uprostred, pravdivo odpovedá, že Pravda. Múdrosti ostáva miesto napravo. Teraz musíme už iba skontrolovať správnosť riešenia. Pravda, sediaca uprostred, vraví, že tam sedí Múdrosť. To nám vyhovuje, lebo Pravda klamala. Múdrosť, sediaca napravo, nám odpovedala, že v strede sedí Lož. To tiež vyhovuje, lebo je nám jedno, či Múdrosť klame alebo nie.

Odpoveď: Bohyne sedia zľava doprava takto: Lož, Pravda, Múdrosť.

Komentár: Príklad nebol veľmi ťažký, kto si prečítal správne zadanie, tak ho aj zvládol. Ale potvrdilo sa mi tu, že sa naozaj oplatí písať postup (tak na to nezabúdajte), lebo pri zlom výsledku dostanete body aspoň za určitú časť postupu.... bez postupu je to biednejšie.

Príklad č. 2 (opravoval Jančo):

Zadanie:

Riešenie: Zadanie si môžeme zapísať aj takto: $4 \times OH = NO$

NO je dvojciferné číslo, teda OH môže byť maximálne 24, lebo keby bolo OH väčšie, tak by muselo byť NO trojciferné ($25 \cdot 4 = 100$). O teda môže byť iba 1 alebo 2. Pre prípad, že $O = 1$ však neexistuje riešenie, lebo žiadne číslo po vynásobení štvorkou nemá na mieste jednotiek jednotku (Môžte si skúsiť vynásobiť štvorkou cifry od 0 po 9 a všímajte si poslednú cifru).

Zostali nám už iba 4 možnosti, ktoré vyskúšame:

$4 \times 20 = 80$ - nevyhovuje
$4 \times 21 = 84$ - nevyhovuje
$4 \times 23 = 92$ - vyhovuje
$4 \times 24 = 96$ - nevyhovuje
Existuje práve jedno riešenie.

Odpoveď: $O = 2$, $H = 3$ a $N = 9$. Príklad teda platí takto: $23 + 23 + 23 + 23 = 92$.

Komentár: Príklad bol celkom ľahký a väčšina z vás s ním nemala problém. Niektorí sa síce nevedeli dostatočne vyjadriť, ale našťastie som vás vždy pochopil. :)

Príklad č. 3 (opravovali Mária, Janka):

Zadanie:

Riešenie: Najprv vypočítame strany štvorca, ktorý je prienikom najmenšieho a stredného štvorca. Vieme, že jeho obsah je 81mm^2. Označme dĺžku jeho strany x. Obsah štvorca počítame $S = x \cdot x$. Teda $81\,\text{mm}^2 = x \cdot x$, z čoho $x = 9\,\text{mm}$. Vedľa tohto štvorca máme dva obdĺžniky s obsahom $45\,\text{mm}^2$ a stranami, ktoré si označíme x a y (x bude tá, ktorú má spoločnú so štvorcom, ktorého strany už poznáme). Obsah obdĺžnika je $S = x \cdot y$. Platí $45\,\text{mm}^2 = 9\,\text{mm} \cdot y$, teda $y = 5\,\text{mm}$.

Vypočítali sme stranu stredného štvorca, ktorá je $x + y = 14\,\text{mm}$. Zo zadania vieme, že veľký štvorec má o $6\,\text{mm}$ väčšiu stranu, čiže $20\,\text{mm}$. Jeho obsah je $20\,\text{mm} \cdot 20\,\text{mm} = 400\,\text{mm}^2$. Malý štvorec má o $2\,\text{mm}$ menšiu stranu, čiže $12\,\text{mm}$, teda má obsah $12\,\text{mm} \cdot 12\,\text{mm} = 144\,\text{mm}^2$.

Obsah celého nášho útvaru vypočítame súčtom obsahov najväčšieho štvorca, najmenšieho štvorca a dvoch obdĺžnikov v strednom štvorci:

$$400\,\text{mm}^2 + 144\,\text{mm}^2 + 2 \cdot 45\,\text{mm}^2 = 634\,\text{mm}^2$$

Odpoveď: Hľadaný obsah je $634\,\text{mm}^2$.

Komentár: Príklad nebol veľmi ťažký, čo sa odzrkadlilo na tom, že všetci dostali 9 alebo 10 bodov.

Príklad č. 4 (opravovali ViRPo, Majo):

Zadanie:

Riešenie: Rozdiel dvoch čísel x a y je definovaný tak, že od väčšieho z dvojice odpočítame to menšie, teda keď $x > y$, potom je to $x - y$. V zadaní je napísané „súčet vekov Danky a Cyrila je rovný rozdielu vekov Adama a Beáty“. To znamená, že môžu nastať dva prípady:

- $C + D = A - B$
- $C + D = B - A$

Keď sa pozrieme na druhú možnosť, po jej úprave dostaneme vzťah $A+C+D=B$, z čoho vidíme, že B by malo byť najväčšie, čo je však v rozpore s tvrdením zo zadania „Beáta je mladšia ako Cyril“, teda táto možnosť nie je správna a ďalej sa budeme zaoberať už iba prvou.

Podľa zadania vieme:

$$
\begin{aligned}
A+B+C+D &= 14 \qquad (1)\\
B<C<D & \qquad (2)\\
C+D &= A-B \qquad (3)
\end{aligned}
$$

Keď pripočítame B ku obom stranám rovnice (3), dostaneme vzťah $B+C+D=A$. Z toho vyplýva, že A je najväčšie a platí nerovnosť $B<C<D<A$

V rovnici (1) $A+B+C+D=14$ si dosadíme namiesto $(B+C+D)$ hodnotu A (podľa upravenej rovnice (3)). Dostaneme $A+A=2A=14$, čiže $A=7$. Do súčtu vekov všetkých detí doplníme Adamov vek 7 rokov: $7+B+C+D=14$, potom $B+C+D=7$. Vieme, že všetky veky sú prirodzené čísla a sú navzájom rôzne. Zoberme najmenšie možné hodnoty, $B=1$, $C=2$, $D=3$. Poradie vekov určuje nerovnica (2). Celkový súčet bude $6(1+2+3=6)$. To znamená, že do celkového súčtu 7 chýba pridať jeden rok. Keby sme rok pridali Beáte, bola by rovnako stará ako Cyril. Obdobne ak by sme pridali rok Cyrilovi, tak by mal rovnaký vek ako Danka. Preto jediná možnosť, ktorá nám zostáva, je pridať jeden rok Danke.

Odpoveď: Adam má 7 rokov, Beáta 1, Cyril 2 a Danka 4.

Komentár: Väčšina z chýb bola, že ste nedokázali, že je iba jedno riešenie. Dokázať, že máte všetky riešenia, je však veľmi dôležité a paradoxne je to najčastejšou chybou vôbec.

Príklad č. 5 (opravovala Zuzka):

Zadanie:

Riešenie: Prvou časťou úlohy bolo zistiť, koľko stien kociek je v pyramíde viditeľných, tak sa do toho pusťme. (Pozor! Stavba je postavená na stole, čiže spodné steny nevidíme.) V pyramíde sú štyri typy kociek. Prvým typom sú rohové kocky, ktoré majú viditeľné tri steny. Druhým typom sú kocky, ktoré majú viditeľné dve steny. Tretím typom je vrcholová kocka, ktorá má viditeľných päť stien. No a štvrtým typom sú kocky, ktoré nemajú viditeľnú ani jednu stenu a preto nás nebudú ďalej zaujímať.

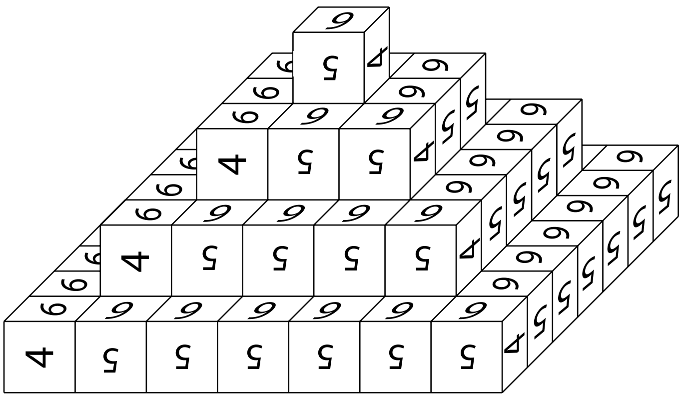
Kociek prvého typu je v pyramíde 12 (na prvom, druhom a treťom poschodí 4 rohové kocky). Kociek druhého typu je 36 (na prvom poschodí 4×5, na druhom poschodí 4×3, na treťom poschodí 4×1). Z tretieho typu je len jedna, a to vrcholová kocka. Takže celkovo je vidieť $3\cdot 12+2\cdot 36+1\cdot 5=113$ stien.

Druhou úlohou bolo zistiť, aký najväčší súčet čísel sa dá dosiahnuť na viditeľných stenách pyramídy. Keďže chceme dosiahnuť čo najväčší súčet, budeme kocky ukladať tak, aby boli viditeľné čo najväčšie čísla a tie najmenšie boli schované.

Začnime vrcholovou kockou. Keďže má viditeľných až 5 stien, otočíme ju tak, aby stála na najmenšom čísle, teda jednotke. To bolo celkom jednoduché, pokračujeme kockami druhého typu, čiže tými, ktorým je vidieť dve steny. Tieto kocky otočíme tak, aby sme videli čísla 6 a 5. Keďže sú to dve najväčšie čísla, ktoré sa nachádzajú na kocke, aj súčet bude najväčší možný. Ešte je dôležité povedať, že kocka sa takto dá skutočne otočiť, keďže sa čísla 5 a 6 nachádzajú na kocke na susedných stenách. A už nám ostávajú len kocky prvého typu, teda tie rohové. Tieto kocky majú viditeľné 3 steny, otočíme ich teda tak, aby bolo možné vidieť tri najväšie čísla, čiže 6, 5 a 4. A zasa je dôležité povedať, že kocka sa aj takto dá skutočne otočiť, pretože sa tieto čísla nachádzajú na kocke na troch susedných stenách.

A už nám stačí to všetko pekne spočítať. Na kockách prvého typu je súčet čísel $12\cdot(4+5+6)=180$. Na kockách druhého typu je súčet čísel $36\cdot(5+6)=396$. No a na poslednej viditeľnej, vrcholovej kocke je súčet $2+3+4+5+6=20$. Takže spolu je to $180+396+20=596$

Odpoveď: V pyramíde je viditeľných 113 stien a maximálny súčet viditeľných čísel na stenách pyramídy je 596. Príklad rozmiestnenia kociek je na obrázku 1.



Obrázok 1: Uloženie kociek

Komentár: Celkom ste to zvládli. Jedinou z opakujúcich sa chýb bolo, že ste nevysvetlili prečo by mali byť na stenách kociek viditeľné práve čísla 6, 5 a 4. Je to pomerne jasné, no drobná zmienka tam naozaj mala byť.

Príklad č. 6 (opravovali Uľa, Andy):

Zadanie:

Riešenie: V slove KAKADU potrebujeme práve 4 rôzne jednociferné prvočísla. Jednociferné prvočísla sú 2, 3, 5 a 7, teda tam budú použité všetky. Aby bol výsledný súčet prvočíslo, musí byť súčet cifier nepárny (okrem čísla 2 neexistuje žiadne párne prvočíslo, lebo všetky sú deliteľné dvojkou). Vieme, že KAKA bude dávať párny súčet vždy, pretože K aj A sa tam nachádzajú dvakrát. D a U musia byť teda jedno párne a druhé nepárne prvočíslo, v opačnom prípade by bol celkový súčet párny. Z toho vyplýva, že 2 bude D alebo U. Druhým z týchto písmen D a U môže byť 3, 5 alebo 7. Podľa toho rozoberieme 3 možnosti, pričom K a A budú zastúpené druhými dvomi z tejto skupiny.

$3+5+3+5+2+7=25 \Rightarrow$ súčet nie je prvočíslo a teda táto sada čísel nevyhovuje.

$3+7+3+7+2+5=27 \Rightarrow$ tiež nie je prvočíslo.

$5+7+5+7+2+3=29 \Rightarrow$ čo je prvočíslo, tým pádom táto kombinácia vyhovuje.

Pre túto sadu existujú 4 možnosti poradia (napr. K=5 A=7 D=2 U=3, ale K a A môžu byť aj naopak a teda K=7 A=5 D=2 U=3, takisto môžme vymeniť aj D a U).

Odpoveď: Vyhovujúce čísla sú 575723, 575732, 757523 a 757532.

Komentár: Príklad bol veľmi ľahký a veľký počet z vás ho mal aj dobre. Chyby boli hlavne preto, že ste si niektorí mysleli, že 1 je prvočíslo.

Príklad č. 7 (opravovali Phil, Danka K., Maťo):

Zadanie:

Riešenie: Po doplnení čísel do siete dostaneme v piatich líniách dve jednociferné, dve dvojciferné a jedno trojciferné číslo. Tieto čísla taktiež musia byť druhými mocninami. Najjednoduchšie bude začať jednocifernými druhými mocninami, tie sú totiž iba tri: $1(1 \cdot 1 = 1^2), 4(2 \cdot 2 = 2^2), 9(3 \cdot 3 = 3^2)$. Z týchto čísel nám plynú tri možnosti doplnenia čísel do horného a dolného rohu siete: 1 a 4, 1 a 9, 4 a 9.

Vypíšme si dvojciferné a trojciferné čísla, ktoré sú druhými mocninami. Dvojciferné čísla sú nasledovné: $16, 25, 36, 49, 64, 81$. Trojciferných je samozrejme trochu viac, preto vynecháme tie, v ktorých sa niektorá cifra nachádza viackrát: 169, 196, 256, 289, 324, 361, 529, 576, 625, 729, 784, 841, 961. V žiadnej z jednociferných a dvojciferných druhých mocnín sa nenachádza číslica 7. Z toho vyplýva, že sa určite nachádza v trojcifernom čísle, čomu vyhovujú jedine čísla $576, 729, 784$.

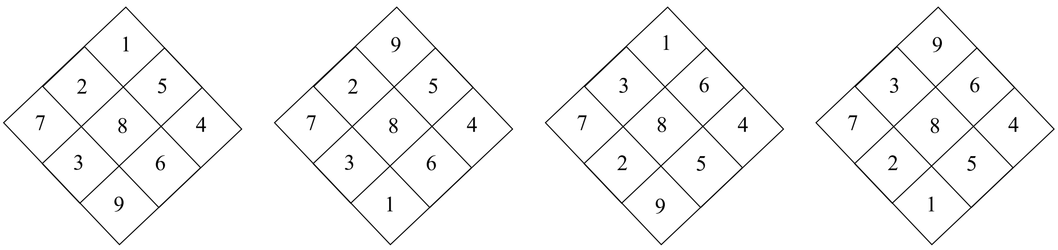
Skúsme teda postupne vpísať do horného a dolného riadku možné jednocifené čísla (1 a 4, 1 a 9, 4 a 9):

Možnosť 1.: Ak sú jednociferné čísla 1 a 4, potom z trojciferných čísel nemôže byť použité číslo 784, pretože cifra 4 už je použitá. Overíme teda, či môže byť použité číslo 576. Pokiaľ je použité číslo 576, hľadáme dve dvojciferné čísla, ktoré neobsahujú cifry $1, 4, 5, 6, 7$. Takéto číslo je však iba jedno, a to 25. Ak je použité číslo 729, potom hľadáme dve dvojciferné čísla, ktoré neobsahujú cifry $1, 2, 4, 7, 9$. Pre túto možnosť máme znova iba jedno číslo, a to 36. Teda možnosť 1 a 4 je nevyhovujúca.

Možnosť 2.: Pokiaľ bude použitá dvojica 4 a 9, nemôžeme použiť čísla 729 a 784. Teda použijeme číslo 576. Hľadáme dvojicu dvojciferných čísel, ktoré neobsahujú $4, 5, 6, 7, 9$. Pre túto situáciu nám vyhovuje iba číslo 81, teda ani táto možnosť nemá riešenie.

Možnosť 3.: V prípade, že jednocifernými číslami sú 1 a 9, tak nemôže byť použité číslo 729 (lebo obsahuje 9). Keď dosadíme za trojciferné číslo 576, potom musíme nájsť dve dvojciferné čísla, ktoré neobsahujú cifry $1, 5, 6, 7, 9$. Pre tento prípad nám nevyhovuje ani jedno číslo. Ak by sme vpísali číslo 784, potrebujeme čísla neobsahujúce $1, 4, 7, 8, 9$. Našli sme dve vyhovujúce čísla, 25 a 36, teda jedným riešením sú čísla $1, 25, 784, 36, 9$.

Odpoveď: Existuje jedno riešenie so štyrmi kombináciami (čísla majú len obmenené pozície), ktoré vidíme na obrázku 2.



Obrázok 2: Riešenia

Komentár: Väčšina z vás to mala dobre, mali ste pekné riešenia, zvlášť chválime šikovníčkov, čo sa vynašli so sedmičkou a tak nemuseli toľko vypisovať. Niektorí z vás zabudli, že jednociferná mocnina je aj 1, čo je škoda. No a ešte jedna vec: Keď vypisujeme možnosti, buď ich vypíšeme všetky do riešenia, alebo napíšeme, akým spôsobom sme doma postupovali pri vypisovaní. Nestačí napísať: Doma som si vypísal, tu máte výsledok (prípadne len: doma som si vypísal...).

Príklad č. 8 (opravovala Dada):

Zadanie:

Riešenie: Všimneme si, že pomer obsahov trojuholníkov ABC a ACD je $1:2$, pretože majú rovnakú výšku, a zo zadania vieme, že $|AB| = 2 \cdot |CD|$. Teda keď obsah celého útvaru je 1 cm^2, tak obsah $ABC = \frac{2}{3}$ a obsah $ADC = \frac{1}{3}$.

x	x^3	x^3+40	$\sqrt{x^3+40}$
0	0	40	nie je prirodzené číslo
1	1	41	nie je prirodzené číslo
2	8	48	nie je prirodzené číslo
3	27	67	nie je prirodzené číslo
4	64	104	nie je prirodzené číslo
5	125	165	nie je prirodzené číslo
6	216	256	**16**
7	343	383	nie je prirodzené číslo
8	512	552	nie je prirodzené číslo
9	729	769	nie je prirodzené číslo

Tabuľka 1: Polomery r_3

Teraz nasleduje najdôležitejšia časť riešenia. Predĺžime polpriamky BL a CD a ich prienik označíme napríklad X. Trojuholníky KAB a KCX sú zhodné podľa vety usu. Vrcholové uhly pri vrchole K sú rovnaké, uhly pri vrcholoch A a C sú rovnaké kvôli rovnobežnosti základní lichobežníka a $|AK| = |CK|$. Zo zhodnosti týchto dvoch trojuholníkov platí $|AB| = |CX|$ a $|BK| = |KX|$.

Troujholníky AKX a CKB sú zhodné podľa vety sus. Zo zadania vieme, že $|AK| = |CK|$, vyššie sme ukázali tiež, že $|BK| = |KX|$ a uhly pri vrchole K sú rovnaké, pretože sú to vrcholové uhly. Zo zhodnosti týchto trojuholníkov platí $|AX| = |BC|$.

Vo vzniknutom štvoruholníku $ABCX$ sú rovnako veľké a rovnobežné strany AB a CX, zvyšné dve strany sú rovnako veľké a teda musia byť aj rovnobežné. Štvoruholník $ABCX$ môžeme spokojne prehlásiť za rovnobežník. Keďže uhlopriečka ho rozdeľuje na dve rovnaké časti, tak trojuholník ABC má rovnaký obsah ako trojuholník XAC, a to $\frac{2}{3}$.

V trojuholníku XAC sú AD aj XK ťažnice s ťažiskom v bode L. Dokreslíme si aj tretiu ťažnicu CY. O ťažniciach vieme, že rozdeľujú trojuholník na 6 obsahovo rovnakých častí (pozor na to slovo obsahovo, lebo tie trojuholníky nemusia byť zhodné), teda jedna takáto časť má $\frac{1}{6}$ z obsahu $ACX = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$. Náš štvoruholník $CDKL$ tvoria takéto časti dve, a teda jeho obsah sú $\frac{2}{9}$ z pôvodneho lichobežníka.

Odpoveď: Obsah štvoruholníka CDLK je $\frac{2}{9}\,\mathrm{cm}^2$

Komentár: Základom ku každej takejto (alebo aj inej) geometrickej úlohe je určite obrázok, preto sa nebojte ho nakresliť aj na riešenie, aby sa v tom lepšie orientovalo. Viacerí zvládli tento príklad veľmi pekne. Niektorí na to išli zložitejšie, ale čo je pozitívne, k správnemu výsledku sa dopracovali aj tak. Najčastejšie chyby boli, že ste predpokladali niečo, čo z náčrtku síce vyzeralo pekne, ale nebola to pravda, preto pozor aj pri kreslení, radšej zistite, či to platí aj pre iný náčrtok.

Príklad č. 9 (opravovala Marka):

Zadanie:

Riešenie: Označíme polomery kruhov:
r_3 ako polomer najväčšieho kruhu so stredom S_3
r_2 ako polomer stredného kruhu so stredom S_2
r_1 ako polomer najmenšieho kruhu so stredom S_1 (teda ten, ktorý máme vypočítať)

Zo zadania vieme: „Druhá mocnina polomeru najväčšieho kruhu je o 40 väčšia ako tretia mocnina prirodzeného čísla, ktoré je zároveň poslednou cifrou tohoto polomeru.“ Toto si vieme zapísať takouto rovnicou: ${r_3}^2 = x^3 + 40$, kde x je posledná cifra polomeru r_3 a teda je to jednociferné číslo. Spravíme si tabuľku (tabuľka 1), kde si vypíšeme tretie mocniny čísel 0 až 9, pričom sa snažíme nájsť prirodzené číslo $r_3 = \sqrt{x^3 + 40}$.

Takto sme zistili, že jediné vyhovujúce číslo x je 6. A teda polomer najväčšieho kruhu $r_3 = 16$. Zároveň platí aj podmienka, že x je poslednou cifrou r_3 (6 je poslednou cifrou čísla 16).

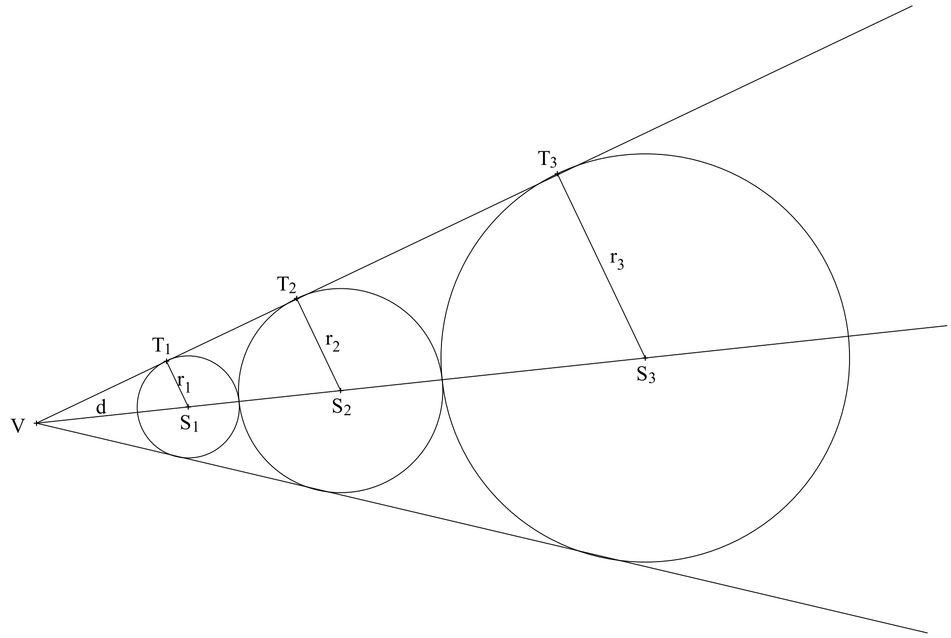
Zo zadania ďalej vieme: „Tretia mocnina polomeru stredného kruhu je dvojnásobkom druhej mocniny polomeru najväčšieho kruhu.“ Z toho si vieme napísať rovnicu :

$$
\begin{aligned}
{r_2}^3 &= 2 \cdot {r_3}^2 \\
r_2 &= \sqrt[3]{2 \cdot {r_3}^2} \\
r_2 &= \sqrt[3]{2 \cdot 256} \\
r_2 &= 8
\end{aligned}
$$

Už zostáva zistiť len polomer najmenšieho kruhu. Pozrime na obrázok 3. Vidíme v ňom tri trojuholníky - VS_1T_1, VS_2T_2, VS_3T_3. Všetky tieto trojuholníky majú pravý uhol pri vrchole $T_{1,2,3}$, teda pri bode dotyku, keďže dotyčnica je vždy kolmá na polomer v bode dotyku. Trojuholníky majú taktiež rovnaký uhol pri vrchole V. Teda vieme o nich povedať, že sú podobné podľa vety *uu*. Pomer strán podobných trojuholníkov je rovnaký, vieme vytvoriť dve rovnice s dvomi neznámymi, d a r_1:

$$\frac{d + r_1}{r_1} = \frac{d + 2r_1 + r_2}{r_2}$$

$$\frac{d + 2r_1 + r_2}{r_2} = \frac{d + 2r_1 + 2r_2 + r_3}{r_3}$$



Obrázok 3: Označenie v kružniciach

Do druhej rovnice dosadíme známe hodnoty r_3 a r_2 a vyjadríme vzdialenosť d (vzdialenosť od vrcholu V po prvý kruh).

$$\frac{d + 2r_1 + 8}{8} = \frac{d + 2r_1 + 2 \cdot 8 + 16}{16}$$
$$2 \cdot (d + 2r_1 + 8) = d + 2r_1 + 32$$
$$2d + 4r_1 + 16 = d + 2r_1 + 32$$
$$d = 16 - 2r_1$$

Vyjadrené d spolu so známymi hodnotami dosadíme do I. rovnice:

$$\frac{16 - 2r_1 + r_1}{r_1} = \frac{16 - 2r_1 + 2r_1 + 8}{8}$$
$$\frac{16 - r_1}{r_1} = \frac{24}{8}$$
$$16 - r_1 = 3r_1$$
$$16 = 4r_1$$
$$r_1 = 4$$

Odpoveď: Polomer najmenšieho kruhu je 4.
Komentár: Takmer všetci ste mali správny výsledok, ale veľa z vás nemalo postup a chýbalo vám vysvetlenie,prečo sú tieto trojuholniky podobné. Nemôžete si povedať, že vidím že je to dvojnásobok, tak aj ten ďalší bude o polovicu menší. Preto sa môže stať, že aj keď máte správny výsledok, nemáte veľa bodov.

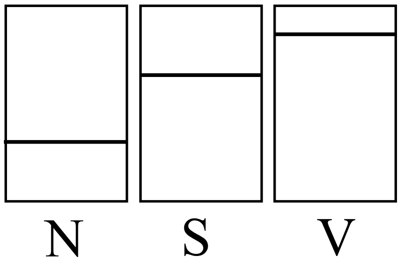
Prémia (opravovali Emil, Hanka):

Zadanie:
Doplnené zadanie: Na stole stojí 6 priezračných fliaš. Sú usporiadané do dvoch radov po 3. Na obrázku **??** je vidno predné 3 fľaše a 2 pravé bočné. Čiarami sú znázornené všetky hladiny vo fľašiach stojacich za sebou. Vody vo fľašiach. Zistite, koľko vody je v ktorej fľaši.
Riešenie: Ako prvé si nazveme výšky hladiny vo fľašiach ako: nízka(N), stredná(S) a vysoká(V). To vidíme na obrázku 4

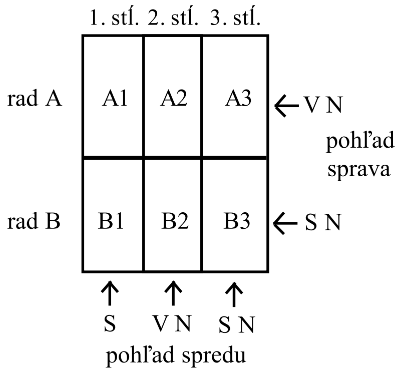
Ďalej si označíme fľaše v každom rade (A, B) od 1 po 3 a do obrázka 5 zakreslíme, aké hladiny vody majú fľaše nachádzajúce sa v danom rade a stĺpci.

Teraz už môžeme začať určovať hladiny vody v jednotlivých fľašiach:

Najprv si môžme všimnúť, že fľaša B1 bude mať hladinu S. Pri pohľade sprava na rad A totiž hladinu S nevidíme, takže fľaša s hladinou S sa v rade A - čiže ani vo fľaši A1 - nenachádza. Je tiež jasné, že aspoň jedna z fliaš 1.stĺpca(A1,B1) musí mať hladinu S, keďže pri pohľade spredu na 1.stĺpec ju vidno. No a ak hladinu S nemôže mať A1, musí ju mať B1.



Obrázok 4: Názvy hladín



Obrázok 5: Označenie fliaš

Fľaša A1 potom musí byť prázdna, alebo úplne plná. Ako sme už dokázali, v A1 nemôže byť hladina S. Nemôže mať ale ani hladiny V a N, lebo ak by ju mala, bolo by ju vidno spredu v 1.stĺpci. Preto nemôže mať ani jednu z viditeľných hladín a teda musí mať „neviditeľnú“ hladinu, čo je buď nulová alebo úplne plná.

Teraz sa pozrime na 2. stĺpec. Pri pohľade spredu na 2.stĺpec vidíme hladiny V a N. Vieme však, že B2 nemôže mať hladinu V, lebo pri pohľade sprava na rad B takú hladinu nevidíme(keby ju mala, videli by sme ju, voda je priehľadná). Hladinu V teda musí mať druhá fľaša v jej stĺpci, a tou je A2. B2 bude mať zvyšnú hladinu, ktorú vidno pri pohľade na daný stĺpec, a to je N.

Fľaša A3 má hladinu N, lebo tú jedinú (z hladín radu A) ešte nemáme na žiadnej fľaši v rade A, pričom A1 aj A2 už majú svoje hladiny určené(a ani jedna nemá N).

Nakoniec fľaša B3 má hladinu S, lebo A3 má hladinu N a pri pohľade spredu na 3.stĺpec vidíme obe tieto hladiny (S aj N).

Odpoveď: Fľaša A1 je úplne plná, alebo úplne prázdna, A2 je naplnená vysoko, A3 má nízku hladinu, B1 je naplnená stredne, B2 nízko a B3 je naplnená stredne.

Komentár: Väčšina z vás príklad vyriešila správne, avšak nie všetci ste dostatočne vysvetlili svoje kroky, za čo sme vám museli pár bodov strhnúť. Niekoľkí ste mali tiež chybu v zadaní, takže radšej si nabudúce overte odpovede z viacerých stránok (či aké zdroje používate) a veríme, že to bude lepšie :) A ospravedlňujeme sa za preklep v zadaní :D