

Zadania 2. kola letnej série 2010/2011

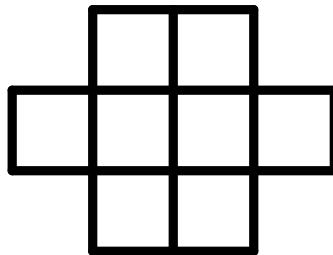
Termín: 11.04.2011

Naša adresa: Riešky, Mgr. Viera Babišová, Gymnázium Grösslingová, Grösslingová 18, 811 09 Bratislava 1

V minulom dieli ste mohli putovať spolu s rieškarom v snahe nájsť jeho skrytý matematický talent. Zatiaľ sa mu tento cieľ nepodarilo splniť, ale stihol už utiecť z domu, stretnúť priateľov, ovaliť Phila vareškou a zaplietť sa do vojny, ktorá zúri medzi pokojnou provinciou Kvadratická slasť a zákernou, ale geniálnou spoločnosťou J&T. Pozrime sa, ako pokračuje náš príbeh o priateľstve, moci, intrigách, láske, ale aj o vareškách a plienkach, avšak nepredbiehajme. . .

Teraz sa zamerajme na našich hrdinov, ktorí práve prechádzali cez východnú bránu mesta Západný Logaritmus, netušiac, aké zlo číha priamo nad nimi. Akonáhle naši hrdinovia vstúpili do mesta, všimli si dvoch ľudí hrať podivnú hru.

Príklad č. 3: Do štvorcovej mriežky, ktorú vidíte na obrázku 1, treba vpísať čísla 1 až 8 tak, aby sa políčka, v ktorých sú po sebe idúce čísla nedotýkali ani hranami, ani rohmi. Koľko takých sietí viete doplniť? Nakreslite všetky možnosti.



Obrázok 1: Sieť čísel

Okrem toho zacítili pach všeobecného veselia a zbadali párik (až podozrivo) veselých chlapcov, ktorí vykrikovali a spievali:

*„Duracel, Duracel univerzálny liek,
odhodte svoje starosti do okolitých riek.
Ak vás už život nebaví, všetko je tak škaredé,
dajte nám päť grošíkov, a je to rýchlo spravené.“
„Varujeme všetkých, že užívanie Duracelu je na vašu vlastnú zodpovednosť.“*

„Fúha, nevedela som, že existujú takí milí ľudia, ktorí ti pomôžu z tvojich starostí,“ prekvapene povedala Mária.

„Máš pravdu a k tomu len za 5 grošov (cca 1 euro),“ odpovedal vyjavený rieškar. „Veľké mestá sú predsa len super, možno tu nájdem zmysel môjho života.“

„Ale čo vy, malí haranti, môžete vedieť o starostiach tohto sveta,“ zahundral ViRPo. „Ja som mal depresie skôr, než ste prišli na svet.“

„Koľko máš vlastne rokov, ViRPo?“ spýtal sa rieškar.

„Ak vypočítaš tento príklad, budeš vedieť.“

Príklad č. 2: Myslím si päťciferné číslo, ktorého ciframi je päť po sebe idúcich prirodzených čísel. Tieto čísla nemusia nutne ísť za sebou. (napríklad 21453). Najprv spočítam všetkých päť čísel, k tomu potom pripočítam už súčet posledných štyroch čísel bez prvej a takto pokračujem, až kým nakoniec nepripočítam už len poslednú cifru (napríklad, ak si myslím číslo 123, tak mi vznikne súčet $((1 + 2 + 3) + (2 + 3) + (3) = 14)$). Aké čísla som si mohla myslieť, ak mi takýmto spôsobom vznikol súčet 100?

„Čo povie, keby sme jeden Duracel vyskúšali na ViRPovi,“ pozitívne poznamenal rieškar.

„Nemá to zmysel, robte si čo chcete,“ odpovedal ViRPo a odišiel sa trochu ďalej uraziť.

„Podľa mňa je to vynikajúci nápad. Kúp ich rovno viacej, je tu napísané, že jeden pôsobí len jednu hodinu,“ povzbudila ho Mária, „ale pozri sa tam!“

V smere, ktorým ukázala Mária, boli ľudia s tabuľami.

„Svetová zdravotnícka organizácia varuje, že Duracel vyvoláva rôzne abstinenčné príznaky.“

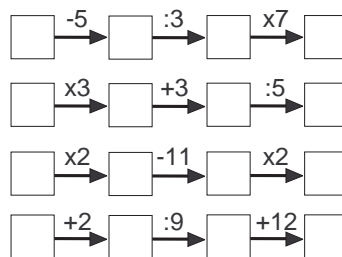
„Duracel je vražda.“

Jeden z nich mal dokonca na tabuli obrázok (aj keď stále nerozumiem, prečo).

Príklad č. 1: Doplní do políčok v obrázku 2 čísla od 1 do 16 tak, aby platili vzťahy.

„Ale prosím ťa. Budeš skôr veriť nejakým vandalom alebo dvom spievajúcim chlapcom?“ Odrovnal Máriine obavy rieškar.

„No dobre, ale ja si musím ísť kúpiť varešku, stretneme sa teda o hodinku na námestí,“ povedala Mária.



Obrázok 2: Vzťahy

Mária sa teda oddelila od našej skupinky dobrodruhov a vybrala sa na trh. Vybrať sa na trh sa ale lepšie povie ako urobiť, hlavne ak nevíete, kde trh je. Mária sa teda vybrala hľadať trh. Najskôr, keď sa prechádzala po veľkých, slnkom zaliatych uliciach, si ešte myslela, že sa jej trh nájsť podarí, ale postupom času sa dostávala do čoraz temnejších a užších uličiek. Toto mesto jej pripomínalo jeden príklad, ktorý kedysi vyriešila.

Príklad č. 5: Vyplňte mriežku (obrázok 3) číslicami, v každom políčku je práve jedna. Čífy sa samozrejme môžu opakovávať v rámci tabuľky. Systém vyplňovania je podobný ako v krížovkách. Napríklad, ak máte nápovedu o vodorovnom g, vraví sa o vodorovne susedných políčkach, prvé z nich je spomínané g a ide sa až po najbližšiu hrubú stenu (v tomto prípade iba jedno políčko vedľa písmena g.)

Pre vodorovné čísla platí:

- a:** Rozdiel každých dvoch susedných čífer je rovnaký (je menší ako v prípade zvislého a)
- e:** S vodorovným f dáva súčet 100
- f:** Dostaneme ho odčítaním vodorovného e od 100
- g:** Kozzy má doma toľko učebníc
- i:** Toľko hodín sa ešte budeme učiť na nemčinu
- j:** Každá cifra je o toľko isto menšia od predchádzajúcej

Pre zvislé čísla platí:

- a:** Ak odčítame od seba hociktoré dve susedné cifry, dostávame rovnaký výsledok (tento výsledok je menší ako v prípade zvislého d)
- b:** Tvoria ho posledné dve cifry vodorovného a
- c:** Posledné dvojčíslenie PSČ najkrajšieho riešiteľa
- d:** Rozdiel každých dvoch susedných čífer je rovnaký (je menší ako v prípade vodorovného j)
- h:** Zvislé i prečítané odzadu
- i:** Zvislé h prečítané odzadu

a	b	c	d
e		f	
g	h	i	
j			

Obrázok 3: Mriežka

Mária videla, ako sa jej vidina trhu stráca pred očami, ale čo nevidela, bol muž v štýlovom oblečení a v okuliaroch zakrádajúci sa k nej s vareškou (ktorá sa stala v tomto príbehu až podozrivo veľakrát používaná ako zbraň). Možno by ho Mária aj zbadala, keby zrazu nepocítila, ako ju niekto buchol po hlave. Potom už nevidela nič.

Medzitým sa rieškar konečne dostal na rad a od dvoch usmiatych chlapcov (teraz už aspoň nespievali) si kúpil 5 dávok Duracelu. „No, poď sem ViRPíček, poď,“ snažil sa nalákať rieškar zajačika, ktorý stále trucoval v kúte (na rohu pekárne). „Mám pre teba cukríček...“

„Uvedomuješ si vôbec, že mám trojnásobne také IQ ako ty, ty harant?“ Zavrčal zajačik, zjavne stále urazený.

„No, to je možné, ale ten cukrík je fakt dobrý, ak ho nechceš, tak ho zjem sám,“ skúšal rieškar.

„... , tak dobre. daj ho sem!“

„Nech sa páči, ViRPíček.“

„...“

„No, ako ti je, ViRPíček, cítiš nejakú zmenu?“

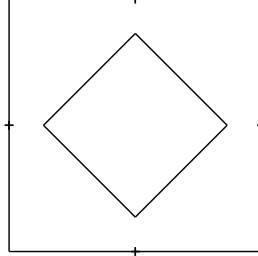
„Nie, ale ak ma ešte raz nazveš ViRPíčkom, tak sa tu obesím.“

„Ale nie!“

„Ale ÁNO!“

Vidiac, že zajačik možno dostane už svoj druhý cholerický záchvat (ak chcete vidieť prvý, prečítajte si prvý diel tohto príbehu), rýchlo zmenil tému: „Ok, ok, poďme už na námestie, za 10 minút sa tam máme stretnúť s Máriou, ale je fakt škoda, že Duracel nefungoval, vyzeralo to sľubne...“

Príklad č. 4: Uprostred námestia tvaru štvorca so stranou dĺžky 160 m je fontána, taktiež štvorcového tvaru tak, že jej rohy sú od stredov strán vzdialené 40 m, ako je to znázornené na obrázku 4 (pozor, obrázok je ilustračný). Stred fontány sa nachádza v strede námestia a fontána je oproti námestiu otočená o 45 stupňov. Akú časť z námestia zaberá fontána?



Obrázok 4: Námestie s fontánou

Keďže v tomto rozhovore naši protagonisti pokračovali celú cestu na námestie, nevšimli si, že jedno dievča, čo predtým držalo tabuľu s nápisom „Duracel je vražda“ ju položilo na zem a začalo ich sledovať. No aby sme im zase nekrivdili, všimli si množstvo iných vecí. Napríklad nádhernú stavbu na námestí.

Príklad č. 6: Staviteľ v akejsi ďalekej krajine zamestnával na stavbe mužov, ženy aj deti. Ženy však mohli pracovať iba so svojím mužom, pričom vieme, že aspoň polovica mužov mala na stavbe aj svoju ženu. Mnohoženstvo tam ale povolené nebolo. Celkovo pracovalo na stavbe 100 osôb. Staviteľ platil mužom päť dinárov denne, ženám štyri dináre a deťom jeden dinár denne. Na konci dňa vyplatil 200 dinárov. Koľko mužov, žien a detí pracovalo na stavbe?

A nezostali len pri stavbách, prezreli si aj okolité ulice.

Príklad č. 7: Brečtanová ulica je zvláštna. Domy na nej nemajú čísla, ale mená. Poštár s tým mal problém a preto sa rozhodol, že sa domy očísľujú. Ľavá strana sa očísľovala za sebou idúcimi nepárnyimi číslami, začínúc trojkou. Pravá strana sa očísľovala za sebou idúcimi párnymi číslami. Prvá budova na pravej strane bol dvojpodlažný byt a preto dostala čísla 2 a 4. Niekde ďalej bola jedna medzera, kam sa mali ešte postaviť nové domy a preto sa v číslovaní spravila medzera ako rezerva. Firma, ktorá vyrába čísla na domy, si za každú cifru účtuje 50 centov. Dokopy to všetko stálo 42,50 Eur a párna strana stála o 5,50 eur menej ako nepárna. Keď sa medzera na párnej strane ulice zastavia novými domami, tak ich bude presne rovnako ako na nepárnej strane. Aké je číslo posledného domu na nepárnej strane a aké čísla chýbajú na párnej?

Všimli si aj, že už je 20 minút po dohodnutom čase stretnutia a Mária tam stále nie je. „To je divné, to dievčatko mešká, to sa mi ešte nestalo,“ poznamenal ViRPo.

„No. . . ooo. . . ČO? Nechápem.“ Vykoktal náš rieškar. „Tak počkať, ty si práve použil zdrobneninu? Cítiš sa v pohode?“ Dostal náš rieškar zo seba.

„Áno, v podstate sa cítim tak dobre, ako ešte nikdy, možno by som mal poďakovať Kozzymu,“ povedal ViRPo a začal sa modliť.

Príklad č. 9: Máte 9-miestne číslo, ktoré zaokrúhľujete postupne odzadu, od číslice v pozícii jednotiek, potom desiatok, stoviek atď., až kým neprídete na poslednú číslicu, ktorú už nezaokrúhľujete. Zaokrúhľovanie vám vždy vychádza striedavo (nahor, nadol, nahor ...). Prvé zaokrúhlenie nemusí byť nutne nahor, môže sa začať aj nadol. Nájdite toto číslo, keď viete, že

- po ôsmom zaokrúhlení vyjde číslo 500000000
- je deliteľné 6 a 7
- sú v ňom použité všetky čísla od 1 po 9
- po štyroch zaokrúhleniach je súčet zostávajúcich číslic rovný 24
- súčet cifier na mieste tisícok a desaťtisícok je 7.

Pri zaokrúhľovaní platí, že čísla od 0 do 4 sa zaokrúhľia nadol, čísla 5 až 9 nahor. Zaokrúhlenie nahor však mení nasledujúcu cifru. Napríklad číslo 2597 sa postupne zaokrúhľuje, číslica 7 nahor \rightarrow 2600, potom číslica 0 nadol \rightarrow 2600 a nakoniec číslica 6 nahor \rightarrow 3000.

„Počkať, počkať, ty chceš ďakovať Bohom! Vysvetlí mi niekto, čo sa s ním stalo?“ zúfalo vyriekol rieškar.

„Nič nové pod slnkom, Duracel začal účinkovať,“ povedalo podivné dievča, ktoré ich sledovalo (áno, už si všimli, že ich sledovala).

„Ty si kto?“ drzo sa spýtal rieškar (musíme mu ale odpustiť, bol trochu zmätený).

„Nevieš, ako sa správať k dáme, grobian?“ vynadal mu ViRPo.

„To nevadí, som Monča, liečim ľudí v tomto meste, ale mojím cieľom je, aby boli všetci na svete zdraví a šťastní,“ povedala Monča, objasňujúc situáciu. „Taktiež mám rada zvieratká, preto som vás aj sledovala.“

„Nehovor, stačilo, absolútne chápem, čo chceš v živote dosiahnuť, doteraz som žil v temnote a depresiách, ale tvoje slová mi objasnili moju budúcnosť, odteraz urobím všetko preto, aby som dosiahol tvoj vznešený cieľ, aby boli všetci zdraví a šťastní,“ preriekol ViRPo.

„Ó, som nesmierne šťastná, že moje slová ťa zachránili pred skazou. . .“

„Počkať, počkať, nebude to skôr tak, že Duracel začal pracovať? Ty si proti tomu protestovala, čo vlastne spôsobuje Duracel?“ spýtal sa rieškar a pozrel sa na ViRPa, ktorý sa stále modlil.

Prémia: Jedna rodinka zastala pred tmavým tunelom. Otec vie prejsť cez tunel za 2 minúty, «*Ako sa nazýva debutový singel skupiny Tublatanka, ktorý ma niečo spoločné s rodiným príslušníkom?*» za «*Ktorá číslica sa na digitálnych hodinách zobrazuje práve zo štyroch paličiek?*», syn za «*Argentína je podľa rozlohy koľká najväčšia krajina sveta?*» a dcéra za «*Ktorý pravidelný n -uholník má 35 uhlopriečok?*» minút. V tuneli potrebuje každý mať baterku. K dispozícii majú iba «*Koľko verejnoprávnych televízií je na Slovensku?*». Za aký najkratší čas sa vie celá rodinka dostať na druhú stranu tunela, keď sa do tunela zmestia iba dvaja ľudia naraz a hýbu sa rýchlosťou pomalšieho?

(K riešeniu napíšte aj celé „doplnené“ zadanie.)

„Nevysvetliteľné pocity šťastia, kalné oči a postupné zmodranie kože, niekedy veštecké schopnosti.“ Rieškar sa pozrel na ViRPa, ktorý sa usmieval, mal podivné oči a modré končeky labiek. „A nemyslíš teda, že je takýto kvôli Duracelu?“ opatrne sa spýtal Monči, ktorá sa jemne pozerala na ViRPa a z jej očí vychádzali maličké ružové srdiečka, ktoré plávali až k ViRPovým očiam. . . „HALÓ, nie je takýto kvôli Duracelu?“ znova sa spýtal rieškar. „Nie, nechápem, prečo nás nenecháš na pokoji, počul moje slová, zmenil sa, sme zaľúbení, bude svadba a zachránime svet, tak sa do toho nepleť!!!“ Objasnila Monča. „Počul si dámu,“ pridal sa ViRPo. Rieškar sa zmohol len na: „Dámu???“ No keď uvidel dva vražedné pohľady namierené na neho, hneď zmenil tému. „Nechcem vás rušiť, ale Mária tu stále nie je.“ „Kto je Mária??“ vyčítavo sa spátala Monča. „Naša kamarátka,“ nevinne povedal ViRPo. „Začína to byť naozaj divné, čo ak sa jej niečo stalo?“ „Nerob paniku brácho, dajme si radšej príklad.“

Príklad č. 8: Dva štvorce $ABCD$ a $EFGH$ sú nakreslené tak, že $A \equiv E$ (body A a E sú totožné) a stred strany BC je stredom strany GH . Dané štvorce nie sú totožné. $|AB| = 8$ cm. Aký je obsah plochy, ktorú tvoria tieto dva štvorce?