Vzorové riešenia 3. kola letnej série 2009/2010

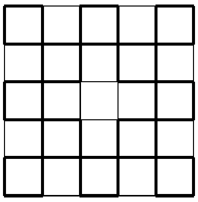
Príklad č. 1 (opravoval Maják):

Zadanie:

Riešenie: Najprv si vyrátajme, koľko zápaliek sa malo použiť pôvodne. V štvorci 5×5 je šesť riadkov a do každého z nich sa zmestí 5 zápaliek. To je dokopy 30. Rovnako máme šesť stĺpcov a v každom päť zápaliek. Spolu ich teda pôvodne potrebovala 60.

Teraz poďme zistiť, kolko zápaliek treba na 12 štvrocov. V zadaní sa píše, že sa môžu dotýkať len rohmi. To znamená, že nebudú mať žiadne hrany spoločné, a teda na každý z nich musíme použiť 4 zápalky. Dokopy preto minieme $12 \times 4 = 48$ zápaliek, a oproti pôvodnému plánu ušetríme $60 - 48 = 12$.

Ostáva už len posledná vec, a to overiť, či sa týchto 12 štvorcov dá naozaj zostrojiť. Naozaj sa to dá, napríklad tak ako je to nakreslené na obrázku 1.



Obrázok 1: 12 štvorcov v mriežke

Odpoveď: Oproti pôvodnému plánu ušetríme 12 zápaliek.

Príklad č. 2 (opravoval Kozzy):

Zadanie:

Riešenie: Z druhej informácie sa dozvedáme, že Oron sa nachádza v tretine a Set v polovici cesty. Podľa zadania celý okruh má 30 kilometrov, takže k Oronu dorazíme po 10 kilometroch a k Setu po 15 kilometroch. Vzdialenosť Setu od Oronu je teda 5 kilometrov.

Pozrime sa na prvú informáciu. Podľa nej vzdialenosť, ktorá im chýba na letisko, je dvakrát taká, ako z Oronu do Setu. Z Oronu do Setu je 5 kilometrov, vzdialenosť od miesta kde sa nachádzajú do cieľa je 10 kilometrov. Z 30-kilometrového okuhu teda už prešli 20 kilometrov, čo znamená, že sú 5 kilometrov za Setom. Týchto 5 kilometrov prešli opäť podľa druhej informácie za hodinu a pol.

Keďže sa pohybujú stále rovnako rýchlo, rovnakú vzdialenosť vždy prejdú za rovnaký čas. Každých 5 kilometrov prejdú za hodinu a pol, 30 kilometrov teda prejdú spolu za 9 hodín. Vyrazili o 8:00, dorazia o 9 hodín neskôr, o 17:00.

Odpoveď: Na letisko sa vrátia 17:00.

Komentár: Za príklad získali všetci riešitelia 10 bodov, čo jasne vypovedá o tom, že vaša šikovnosť nemá konca-kraja, len tak ďalej.

Príklad č. 3 (opravovala Betka):

Zadanie:

Riešenie: Pôvodný koberec má rozmery 1×24 m, čo znamená že jeho obsah je $24\,\mathrm{m}^2$. Rovnaký bude obsah nového obdĺžnika a taktiež vieme, že jeho strany budú celočíselných dĺžok (kedže jednotlivé diely majú celočíselné dĺžky a nemajú sa prekrývať). Máme štyri možnosti, aké rozmery môže tento obdĺžnik mať: 1×24 m; 2×12 m; 3×8 m; 4×6 m.

Obvody jednotlivých obdĺžnikov vypočítame pomocou vzťahu $O = 2 \cdot (a + b)$. Dostaneme postupne takéto obvody : 50 m, 28 m, 22 m, 20 m. Jasne vidíme, že najmenší je ten so stranami 4 m a 6 m. Už stačí iba vyskúšať, či ho vieme poskladať z dielov, ktoré máme. Ide to, a dokonca máme viacero možností.

Odpoveď: Najmenší obvod takéhoto obdĺžnika je 20 m.

Komentár: Takmer všetci zvládli príklad úplne bez chyby. Ak ste zabudli na nejaké možnosti, alebo ste nevysvetlili, prečo práve ten obvod je najmenší, stratili ste pár bodov.

Príklad č. 4 (opravovala Natali):

Zadanie:

Riešenie: Našou prvou úlohou bolo vlastne zistiť, či sa dajú čísla od 0 po 9 usporiadať do kruhu tak, že súčet ľubovoľných troch po sebe idúcich čísel je najviac 15. S touto úlohou sa stačilo len trošku pohrať a po pár neúspešných pokusoch odhaliť jednu z množstva správnych možností. Usporiadanie mohlo byť napríklad ako na obrázku 2.

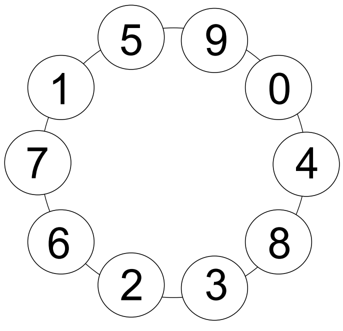
Naša druhá úloha je veľmi podobná tej prvej, len tentoraz nemôže súčet presiahnuť 14. Ako nám naše matematické cítenie napovedá, toto už nebude také jednoduché. Pravdeodobne riešenie nebude existovať vôbec. A ak nám nič nenapovedá, po vyskúšaní kopy rôznych usporiadaní, z ktorých ani jedno nefunguje, skôr či neskôr k takémuto presvedčeniu aj tak dospejeme. Poďme teda skúsiť nejak rozumne zdôvodniť, prečo táto úloha nemá riešenie.

Súčet 14 je už celkom malý, a my máme dosť veľkých čísel, ktoré asi nebudeme môcť sčítavať len tak s hocičím. Uvedomíme si, že v uplne najkrajnejšom prípade môžu mať dve susedné čísla súčet 13, a potom budú musieť okolo nich byť 0 a 1. Súčet 14 a väčší byť nemôže, to by museli byť z obidvoch strán nuly.

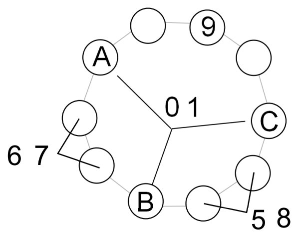
Začnime hneď pri čísle 9. Najprv ho umiestnime hocikam do kruhu a rozmýšľame, čo by tak mohlo byť okolo. Uvedomíme si, že 9 nemôžeme vôbec sčítavať s číslami 6, 7 a 8. Všetky tri teda musia byť od deviatky vzdialené o viac ako 2. Lenže pozícií ktoré sú od 9 vzdialené o viac ako 2 je iba 5.

Teraz sa pozrime na číslo 5. Ak by bolo od 9 vzdialené viac ako 2, museli by na štyroch z piatich po sebe idúcich pozícií byť čísla 5, 6, 7, aj 8 a to už začína byť podozrivé. Ak by išli tri z nich hneď po sebe, ich súčet by bol aspoň 18, čo je zle. Jediný spôsob ako tomu zabrániť, je dať dve, medzeru a ďalšie dve. Zároveň musí byť súčet oboch „dvojíc“ najviac 13, čo je možné len ak bude 5 pri 8 a 6 pri 7. Vzniká nám problém, že z oboch strán dvojice 5 a 8 aj 6 a 7, čo sú spolu tri miesta, môžu byť len čísla 0 a 1. Máme tri miesta pre dve čísla, na obrázku 3 označené ako A, B, C, takže takto to zjavne nepôjde.

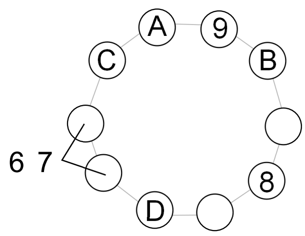
Číslo 5 musí byť od 9 vzdialená o najviac 2, teda určite sa spolu budú sčítavať. Ak by boli hneď veďľa seba, museli by byť po oboch stranách nuly, čo nejde. Takže aby sme neprekročili súčet 14, musíme dať medzi 5 a 9 nulu. Čo teraz z 6, 7, a 8? 8 sa nemôže sčítavať z 7, lebo ich súčet je väčší ako 14, ani s 6, lebo ich súčet je presne 14, ale spolu s ďalším číslom, väčším ako 0 (0 je už obsadená pri deviatke) je to príliš veľa. Čo teda spraviť, keď môžu byť 6, 7 a 8 len na piatich rôznych mistach, ale 6 aj 7 musia byť od 8 vzdialené o viac ako dva? Jediná možnosť je, že 6 a 7 budú pri sebe. Potom by ale po ich stranách museli byť 0 a 1. Teda 0 by musela byť na jednej z pozícií A,B, a zároveň aj na jednej z pozícií C, D, ak ich označíme tak ako na obrázku 4. Teda ani táto možnosť nevedie k riešeniu.



Obrázok 2: Napríklad takéto mohlo byť rozloženie.



Obrázok 3: Príklad označenia.



Obrázok 4: Úloha b) nemá riešenie.

Tak. Podarilo sa nám vyčerpať všetky možnosti, a tým ukázať, že druhá časť úlohy nemá riešenie.

Iný spôsob: Ak sa chvíľku budeme hrať so súčtami, všimneme si, že ich súčet (teda súčet súčtov) je vždy rovnaký. Je to preto, lebo každé z čísel 0 až 9 je zarátané práve v troch súčtoch. Takže súčet súčtov je vždy $3 \cdot 0 + 3 \cdot 1 + \cdots + 3 \cdot 9 = 3 \cdot (0 + 1 + \cdots + 9) = 3 \cdot 45 = 135$. Zároveň si všimneme, že dve po sebe idúce trojice nemôžu mať rovnaký súčet (rozmyslite si prečo). Potom aspoň 5 zo súčtov musí byť menších ako 14. Ak by boli súčty úplne najväčšie možné, 5 z nich by bolo 14 a zvyšných 5 by bolo 13. Súčet všetkých súčtov môže byť teda najviac $5 \cdot 14 + 5 \cdot 13 = 135$. Vidíme, že aby sme splnili podmienku, musíme dostať práve takýto hraničný prípad keď sú súčty striedavo 14 a 13.

Pozície si označme zaradom A, B, C, …, J. Povedzme, že súčty $A+B+C$, $C+D+E$, $E+F+G$, $G+H+I$ a $I+J+A$ sú 14 a $B+C+D$, $D+E+F$, $F+G+H$, $H+I+J$ a $J+A+B$ sú 13. Potom $(A+B+C)+(D+E+F)+(H+I+J) = 13+14+14 = 41$. Na pozíci G teda musí byť číslo 4 (rozmyslite si). Ale aj $(C + D + E) + (F + G + H) + (J + A + B) = 41$, takže aj na pozícii I musí byť 4. A rovnako aj na A, C a E. Samozrejme, to nie je možné, takže úloha nemá riešenie.

Komentár: Prvú časť ste zvládli takmer všetci, no s druhou boli trošku problémy. Asi najväčšiu chybu ste robili, keď ste rozobrali iba niektoré možnosti, o nich povedali, že nefungujú a na ostatné ste zabudli. Pozor na to, mohlo by sa vám to vypomstiť, ak by naozaj bolo jedno jediné riešenie a vy by ste ho prehliadli.

Príklad č. 5 (opravovali Uľa, Andy):

Zadanie:

Riešenie: Označme si hrany pôvodného kvádra a, b, a v. Po prerezaní na dva rovnaké trojboké hranoly nám vznikne aj hrana c (prepona pravouhlého trojuholníka s odvesnami a a b). Obsahy stien tohto 3-bokého hranola sú $\frac{a*b}{2}$, $a \cdot v$, $b \cdot v$ a $c \cdot v$. Výška (v) musí deliť tri z hodnôt $30(= 2 \cdot 3 \cdot 5)$, $35(= 5 \cdot 7)$, $84(= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7)$ alebo $91(= 7 \cdot 13)$. Jednotku môžeme rovno vylúčiť, lebo podstava by musela mať obsah prinajmenšom $\frac{(30 \cdot 35)}{2} = 525$, čo je priveľa. Výška bude mať teda hodnotu 7 (inú už mať nemôže podľa prvočíselného rozkladu). Hrany a, b a c majú hodnoty 5, 12 a 13 (alebo 12, 5 a 13 čo je to isté len otočené), lebo c je prepona a tým pádom najväčšia z tých troch. Overíme obsahy a pytagorovou vetou aj pravouholnosť podstavy: $\frac{(5\cdot 12)}{2} = 30$, $5 \cdot 7 = 35$, $12 \cdot 7 = 84$, $13 \cdot 7 = 91$, $5^2 + 12^2 = 13^2 = 169$

Odpoveď: Rozmery škatuľky sú 5 cm × 12 cm × 7 cm.

Komentár: Tento príklad bol celkom ľahký, takže velká väčšina z vás čo poslala príklad, dostala plný počet.

Príklad č. 6 (opravovali Monča, Majo, ViRPo):

Zadanie:

Riešenie: Číslo je deliteľné piatimi, ak je jeho posledná cifra 0 alebo 5, no hľadaný kód nulu neobsahuje. Preto bude číslo $\overline{bcd}$ končiť číslom 5.

Číslo je deliteľné štyrmi, ak je posledné dvojčíslie deliteľné štyrmi. Z čísel $1, 2, 3, 4$ vieme vytvoriť práve tri také dvojice. Sú to 12, 24 a 32. Číslo c bude preto 2 alebo 4.

Číslo je deliteľné tromi, ak je ciferný súčet čísla deliteľný tromi. Vieme, že d je 5 a c bude 2 alebo 4. Súčet $2 + 5 + e$ alebo $4 + 5 + e$ musí byť deliteľný tromi. V prípade $2 + 5 + e$ nevieme za e dosadiť žiadne z čísel $1, 3, 4$ tak, aby bol tento súčet deliteľný tromi. Ak za c dosadíme číslo 4, bude trojčíslie $\overline{cde}$ deliteľné tromi, jedine ak sa e bude rovnať číslu 3. Zostalo nám číslo a, ktoré môže byť jedine 1.

Odpoveď: Kód je 12453.

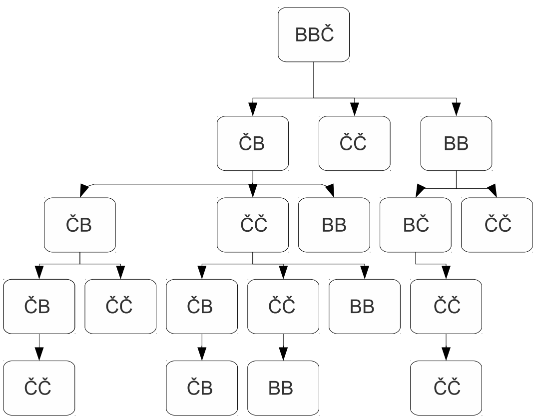
Komentár: Príklad bol až taký ľahký, že sme ním určite viacerých z vás sklamali. Skoro všetci ste ho mali správne, no niektorí zabudli napríklad napísať podmienku deliteľnosti a to ako ju využili. Za to sme strhávali od jedného do troch bodov.

Príklad č. 7 (opravovali Jančo, Phil):

Zadanie:

Riešenie: Označíme si čierne guľôčky ako „Č“ a biele ako „B“. Aby sme urobili aspoň jeden ťah, prvý hráč bude mať buď kombináciu BBČ alebo ČČB. Ostatní môžu mať buď BB, ČČ, alebo BČ.

Vyskúšame všetky možnosti, čo nám zaručí, že nájdeme najdlhšiu hru. Použijeme stromový diagram(obrázok 5 a 6). V ňom smerom zhora dole postupne zobrazujeme, ako si mohli podávať guličuky. Ak pri nejakom hráčovi hra končí, teda získal tri rovnaké guličky, graf od neho už ďalej nepokračuje. Z ostatných hráčov ide šípka ku všetkým trom „typom“ hráčov (BB, BČ, ČČ), pokiaľ ešte takí môžu hrať (teda pokiaľ by sa nestalo, že počet bielych guličiek je v niektorom z prípadov väčší ako 5 a počet čiernych väčší ako 6).



Obrázok 5: Rozloženie BBČ.

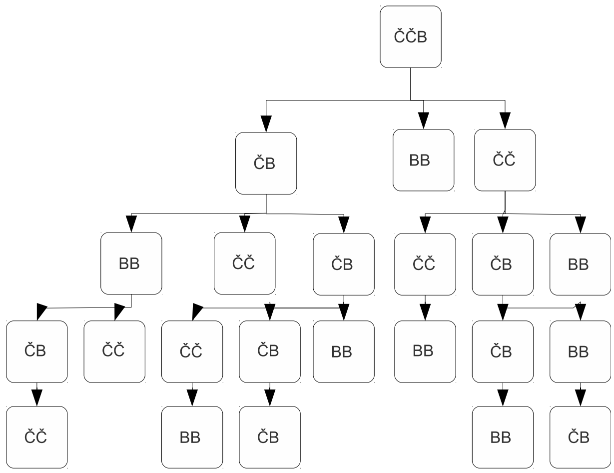
V prvom z obrázkov pri troch možnostiach podajú hráči ďalej bielu guličku, čím prvý hráč ukončí hru. Pri štvrtej možnosti dostane bielu guličku a vyhrá už piaty hráč (BB).

V druhom prípade v piatom kole v dvoch prípadoch hra skončí (pri oboch BB). Hráči ČČ a ČB (vľavo) podajú prvému obaja bielu guličku, ten ju podá ďalej druhému hráčovi, ktorý má BB (pôvodne ČB), čím hra skončí v siedmom kole, po šiestich ťahoch.

Piaty hráč ČB podá takisto ďalej prvému bielu, ten ju podá hráčovi ČČ, ktorý ju môže ešte ďalej poslať hráčovi BB, ktorý ukončí hru až po siedmich ťahoch.

Keďže sme vyskúšali všetky možnosti, prišli sme určite k správnemu riešeniu.

- 1. hráč - ČČB (odovzdá B)
- 2. hráč - ČČ (dostane B, odovzdá B)
- 3. hráč - ČB (dostane B, odovzdá Č)
- 4. hráč - BB (dostane Č, odovzdá Č)
- 5. hráč - ČB (dostane Č, odovzdá B)
- 1. hráč - ČČ (dostane B, odovzdá B)

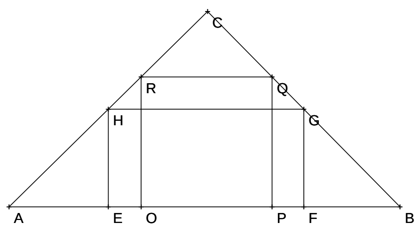


Obrázok 6: Rozloženie ČČB.

- 2. hráč - ČČ (dostane B, odovzdá Č)
- 3. hráč - BB (dostane B a vyhráva)

Odpoveď: Maximálny počet ťahov bol 7.
Komentár: Táto úloha nebola zložitá. Väčšina z vás ju riešila spôsobom vypisovania možností. Avšak v tomto prípade bolo treba vypísať všetky, aby sme dokázali, že väčší počet ťahov už skutočne neexistuje. Hlavnou chybou bolo práve nájdenie jedného (často aj nesprávneho) riešenia. Veľa z vás síce našlo riešenie 5, 6, 7 a iné, no nebol nám známy postup. V takom prípade sme nejaké tie body strhli. Boli však aj veľmi pekné, originálne a správne riešenia, ktoré sme ocenili 10 bodmi.

Príklad č. 8 (opravoval Peťo):
Zadanie:
Riešenie: Zo zadania vieme, že pozemok má tvar rovnoramenného pravouhlého trojuholníka s pravým uhlom pri vrchole C, a



Obrázok 7: nákres pozemku so sídlom

teda jeho dve ramená sú BC a AC(obrázok 7). Jednou z vlastností rovnoramenného trojuholníka je, že jeho ramená zvierajú so základňou rovnaké uhly. V našom prípade sú to uhly ABC a BAC. Súčet vnútorných uhlov v trojuholníku je 180°, takže vieme vypočítať veľkosť uhlov ABC a BAC:

$$\begin{aligned} 180^\circ &= |\sphericalangle ABC| + |\sphericalangle BAC| + |\sphericalangle ACB| \\ 180^\circ &= 2|\sphericalangle ABC| + 90^\circ \\ 90^\circ &= 2|\sphericalangle ABC| \\ |\sphericalangle ABC| &= 45^\circ \end{aligned}$$

Teraz poďme vypočítať obsah pôdorysu sídla (ďalej štvorec $OPQR$). Strany štvorca sú na seba kolmé a teda aj priamky, na ktorých ležia, sú na seba kolmé. V trojuholníku AOR má uhol AOR veľkosť 90° a uhol OAR má veľkosť 45°. Uhol ARO má veľkosť $180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$. Trojuholník AOR je teda rovnoramenný s ramenami AO a OR, ktorých dĺžka je rovnaká ako dĺžka strany štvorca $OPQR$. To isté vieme povedať o trojuholníku PQB, je rovnoramenný s ramenami PB a PQ, ktorých dĺžka je rovnaká ako dĺžka strany štvorca $OPQR$. Pretože má štvorec všetky strany rovnako dlhé, úsečky AO, OP a PB majú rovnakú veľkosť, teda $\frac{1}{3}$ dĺžky úsečky AB. Strana štvorca OP má veľkosť $\frac{120\,\mathrm{m}}{3} = 40\,\mathrm{m}$ a jeho obsah je $40\,\mathrm{m} \cdot 40\,\mathrm{m} = 1600\,\mathrm{m}^2$.

A teraz poďme vypočítať obsah pôdorysu podzemnej časti (ďalej obdĺžnik $EFGH$). Strany obdĺžnika sú na seba kolmé a teda aj priamky, na ktorých ležia, sú navzájom kolmé. Strana obdĺžnika HG je spojnicou stredov strán ramien trojuholníka ABC, čiže je jeho strednou priečkou. O stredných priečkach vieme, že sú rovnobežné so stranou, ktorej stred neobsahujú a tiež majú polovičnú dĺžku ako strana, s ktorou sú rovnobežné. Takže úsečka HG, ktorá je stranou obdĺžnika má polovičnú dĺžku ako úsečka AB. Jej dĺžka je $\frac{120\,\mathrm{m}}{2} = 60\,\mathrm{m}$. Protiľahlé strany obdĺžnika majú rovnakú dĺžku. Teda $|EH| = |FG|$ a $|HG| = |EF|$. V trojuholníku AEH má uhol AEH veľkosť $90°$ a uhol EAH má veľkosť $45°$. Uhol AHE má veľkosť $180° - 90° - 45° = 45°$. Trojuholník AEH je teda rovnoramenný s ramenami AE a EH. V trojuholníku FBG má uhol GFB veľkosť $90°$ a uhol FBG má veľkosť $45°$. Uhol FGB má veľkosť $180° - 90° - 45° = 45°$. Trojuholník FBG je teda rovnoramenný s ramenami FB a FG. Úsečka AB sa skladá z úsekov AE, EF a FB:

$$\begin{aligned} |AB| &= |AE| + |EF| + |FB| \\ 120\,\mathrm{m} &= 2|AE| + 60\,\mathrm{m} \\ 60\,\mathrm{m} &= 2|AE| \\ |AE| &= 30\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

Keďže dĺžka úsečky AE je rovnaká ako dĺžka úsečky EH, bude mať obdĺžnik $EFGH$ rozmery $60\,\mathrm{m} \times 30\,\mathrm{m}$ a obsah $60\,\mathrm{m} \cdot 30\,\mathrm{m} = 1800\,\mathrm{m}^2$.

Odpoveď: Plocha podzemnej časti je väčšia o $200\,\mathrm{m}^2$.

Komentár: Skoro všetci ste sa dopracovali k správnemu výsledku, avšak nie všetci ste dostatočne vysvetlili, prečo majú dané časti také rozmery aké mali.

Príklad č. 9 (opravovali Tinka, Marka):

Zadanie:

Riešenie: Našou úlohou je nájsť takú dvojicu čísel, ktorej obe čísla sú druhé mocniny. Tak si označme tieto čísla, ako a a b, pričom a a b sú odmocniny daných čísel (hľadané dvojice čísel teda budú mať tvar a^2 a b^2). Taktiež má platiť, že každá cifra čísla a^2 má byť o rovnakú hodnotu menšia, ako prislúchajúca cifra čísla b^2 a táto hodnota má byť menšia ako 4 - teda 1, 2 alebo 3.

Vezmeme si prvý prípad, kedy je rozdiel jedna. Ak každá cifra má byť o jedna menšia, tak rozdiel čísel $a^2 - b^2 = 1111$. Na ľavej strane rovnice máme rozdiel štvorcov, ktorý môžeme rozpísať na súčin: $(a + b)(a - b) = 1111$. Na pravej strane máme číslo 1111, ktoré sa dá rozložiť na súčin prvočísiel ako $101 \cdot 11$. Teda dostaneme rovnicu : $(a + b)(a - b) = 101 \cdot 11$. Toto si vieme rozpísať ako sústavu dvoch rovníc o dvoch neznámych:

$$(a + b) = 101$$

$$(a - b) = 11$$

Po úprave sčítacou metódou dostaneme: $2a = 112$, teda $a = 56$, po dosadení vypočítame $b = 45$.

Keby sme to otočili a mali sústavu rovníc :

$$(a + b) = 11$$

$$(a - b) = 101$$

Dostali by sme rovnaký výsledok, až nato, že ak $(a - b) = 101$, tak b musí byť záporné číslo $(a - (-b) = a + b)$. Na tom však nezáleží, lebo po umocnení záporného čísla, dostaneme to isté číslo, ako po umocnení k nemu opačného (teda kladného). Výsledok je len jeden $a^2 = 56^2 = 3136$ a $b^2 = 45^2 = 2025$.

Ak má byť rozdiel dva, tak : $a^2 - b^2 = 2222$. Na ľavej strane je opäť rozdiel štvorcov a na pravej strane si vieme rozložiť číslo 2222 ako : $101 * 22$ alebo $202 * 11$. Druhú alternetívu vylúčime, pretože máme hľadať dvojicu štvorciferných čísel, ktoré dostaneme len po umocnení dvoch dvojciferných čísel a súčet dvoch dvojciferných čísel nebude nikdy 202. Takže potom nám už zostane len jedna možnosť:

$$(a + b) = 101$$

$$(a - b) = 22$$

Sčítacia metóda

$$2a = 123$$

$$a = 61,5$$

Po umocnení čísla a dostaneme desatinné číslo, čo nám, samozrejme, nevyhovuje. Takže takáto magická dvojica neexistuje.

Ak bude rozdiel tri, postupom ako v predchádzajúcich prípadoch dostaneme:

$$a^2 - b^2 = 3333$$

$$(a + b)(a - b) = 101 * 33$$

Úprava na sústavu rovníc:

$$(a + b) = 101$$

$$(a - b) = 33$$

Sčítacia metóda:

$$2a = 134$$

$$a = 67$$

$$b = 34$$

Takto sme dostali druhú dvojicu magických čísel : $a^2 = 67^2 = 4489$ a $b^2 = 34^2 = 1156$.
Odpoveď: Magické dvojice čísel sú : 3136 a 2025, 4489 a 1156.
Komentár: Príklad ste celkom fajn zvládli, aj keď niektorí ste vypisovali všetky možnosti, čo vám muselo zabrať veľa času, ale aj tak sa dá :o)

Prémia (opravovali Emil, Juro):

Zadanie:
Doplnené zadanie: Ahoj. Som Číslo. A ty? A vlastne je to jedno. Ako vždy, jedná sa tu o mňa. Platia o mne nasledovné 3 výroky:

1. Ak nie som násobkom 4, tak ležím medzi 69 a 69 (vrátane).
2. Ak som násobkom 3, potom ležím medzi 50 a 59 (vrátane).
3. Ak nie som násobkom 6, potom ležím medzi 70 a 79(vrátane).

A čo platí o tebe? Nič. Tak nemachruj. Radšej zisti čo som, dovtedy s tebou nehovorím. Máš? A teraz? Už? Veď preto.
Riešenie: Na začiatku je najvýhodnejšie zamerať sa na druhé tvrdenie. Ak je číslo násobkom 3, musí ležať medzi 50 a 59. Teda môže to byť iba jedno z čísel 51, 54 a 57. Podľa prvého tvrdenia však platí, že ak číslo nie je násobkom 4, leží medzi 60 a 69. No ale žiadne z čísel 51, 54 a 57 nie sú násobkom 4, teda hľadané číslo nemôže byť ani jedno z nich. Hľadané číslo teda nie je násobkom troch. No a keďže 6 je násobok troch, znamená to, že nie je ani násobkom 6. Z toho podľa tretieho tvrdenia vieme, že leží medzi 70 a 79. Z týchto čísel násobkom 3 nie sú 70, 71, 73, 74, 76, 77 a 79. Ak nie je hľadané číslo násobkom 4, leží medzi 60 a 69. Tam však žiadne zo spomenutých čísel neleží a tak hľadané číslo musí byť násobok 4. To z možných čísel spĺňa iba číslo 76 a preto je to jediné číslo, o ktorom platia všetky tri tvrdenia.
Odpoveď: Hľadané číslo je 76.
Komentár: Veľa z vás stratilo bod kvôli tomu, že ste nevysvetlili, prečo je riešenie, ktoré ste našli, jediné. To by ste mali spraviť vždy, pokiaľ nie je v zadaní napísané, že napr. stačí nájsť jedno riešenie. Viacerí tiež nesprávne spočítali počet bratislavských autobusov. Je ich v skutočnosti 69 plus 2 cyklobusy, obe tieto hodnoty (69 aj 71) sme uznávali. Pri možnosti 71 sa to dalo riešiť úplne rovnako a boli tam dve ďalšie správne riešenia, a to 70 a 71.