

Zadania 3. kola zimnej série 2008/2009

Termín: 24.11.2008

Naša adresa: Riešky, Mgr. Viera Babišová, Gymnázium Grösslingová, Grösslingová 18, 815 69 Bratislava 1

Nicholas Logan mal konečne voľno. Všetko išlo podľa plánu a preto sa mohol venovať svojej dcére. Pomáhal jej s domácimi úlohami. Páčila sa mu rozprávková téma.

Príklad č. 7: Kráľ sa rozhodol, že princa za dobré služby vyplatí dukátmi z pokladne. Povedal mu: „Môžeš si vziať buď najviac $\frac{3}{10}$ dukátov z väčšej hromady, alebo najviac $\frac{7}{10}$ dukátov z menšej hromady.“ V pokladni je 113 dukátov. Rozdeľte ich na dve hromady tak, aby kráľ mohol vyplatiť Jankovi čo najmenej dukátov. Je takéto rozdelenie len jedno? Nájdite všetky.

Príklad č. 4: Janko s Marienkou prišli na kruhovú bežeckú dráhu a postavili sa do protiahlých bodov. Keď zaznel výstrel, obaja sa rozbehli, a to opačnými smermi (jeden v smere pohybu hodinových ručičiek, jeden proti smeru). Prvýkrát sa stretli presne v okamihu, keď Janko prebehol 100 metrov. Potom deti naďalej bežali svojimi smermi. Od okamihu, kedy sa stretli prvýkrát, po okamih, kedy sa stretli druhýkrát, prebehla Marienka 150 metrov.

Každé dieťa celý čas bežalo stále rovnakou rýchlosťou (Janko bežal inou rýchlosťou ako Marienka). Zistite dĺžku bežeckej dráhy.

Príklad č. 1: Kúzelné číslo má 3 cifry. Jeho hodnota vzrastie o 9, keď sa zamenia číslice na mieste jednotiek a mieste desiatok. Pre kúzelné číslo taktiež platí, že vzrastie o 90, keď sa zamenia číslice na mieste stoviek a desiatok. O koľko sa zmení kúzelné číslo, keď sa zamenia jeho číslice na mieste stoviek a jednotiek?

Už mal skoro vypočítaný tretí príklad, keď mu zazvonil mobil.

„Prosím? Sojka zakikírkala? Oboplávala lastovičku? Dobre, vybavím paradajku aj bizóna.“

Rýchlo dopočítal posledný príklad a riešenia nechal na Alyssinom stole. Vybehol z bytu a utekal po schodoch.

„Ocko? Kam sa tak ponáhľaš?“ zavolala za ním jeho dcéra, no on bol myšlienkami niekde úplne inde.

Zase na mňa nemá čas, pomyslela si nešťastne, ale ja s tým niečo urobím. Mám pocit, že toto sa netýka jeho práce. Skúsím prehľadať jeho izbu, rozhodla sa zvedavá Alyssa.

* * *

Leona konečne vystúpila z autobusu. Docestovala do mesta, cez ktoré vždy prechádzala len autom. Našla si na mape sklad, kde sa dali kúpiť náboje do zbraní a ponáhľala sa k nemu. Mala pocit, že ich možno dnes ešte bude potrebovať.

Príklad č. 6: V obchode so zbraňami a strelivom predávajú náboje zabalené len po 5 a 8 kusov. No keďže o tom nevedela, od predavačky si vypýtala taký počet nábojov, aký práve potrebovala. Predavačka jej vysvetlila, že taký počet jej nemôže predať (keďže nemôže otvárať balenia). No keby si pýtala ľubovoľný väčší počet nábojov (čiže o 1 alebo 2 alebo o iný ľubovoľný počet nábojov viac), už by jej ich mohla predať. Koľko nábojov si Leona pýtala?

Náboje sa jej podarilo nakoniec kúpiť, ale trochu ju to zdržalo. Podľa odkazu, ktorý dostala, sa mala s Nicholasom stretnúť o pár minút pri fontáne.

* * *

„Ty o ničom nevieš? A kto bola potom tá žena, ktorá sa vydávala za teba?“ nedávalo mi to zmysel. Teda vlastne, konečne som zistil, čo mi bolo divné. Tá žena, ktorá sa vydávala za moju starú mamu mala trochu iný hlas a keď si spomeniem aj na tie nezvyčajné oslovenia, na tú hudbu v aute... Porozprával som to starej mame a ona mi povedala, ako ju ráno zobudili muži v čiernom a vyhrážali sa jej, že ublížia celej rodine, ak s nimi nepôjde. Odvliekli ju sem a zviazali a viac nevie. V hlave sa mi vynárali otázky. Kto by nám chcel urobiť zle? A prečo by ma niekto chcel uniesť?

* * *

Alyssa objavila tajný priečinok v otcovom šuflíku a našla veľa papierov, ktoré boli zašifrované a bolo tam tiež veľa kódov a hesiel.

Príklad č. 3A (okrem Gamče):

Koľko najmenej cifier musíš škrtnúť v čísle 54321012345, aby nové číslo spĺňalo podmienku: súčty cifier na prvom a poslednom mieste, na druhom a predposlednom, na treťom a štvrtom od konca, ... sú rovnaké (ak má nové číslo nepárny počet cifier, tak strednú cifru zarátame dvakrát).

Príklad č. 3B (pre Gamču): Z čísla 9876543210 vyškrtni čo najmenší počet číslic tak, aby číslica na mieste desiatok bola trikrát menšia ako číslica na mieste tisícok a číslica na mieste jednotiek bola o tri menšia ako číslica na mieste stoviek. Nájdite všetky riešenia.

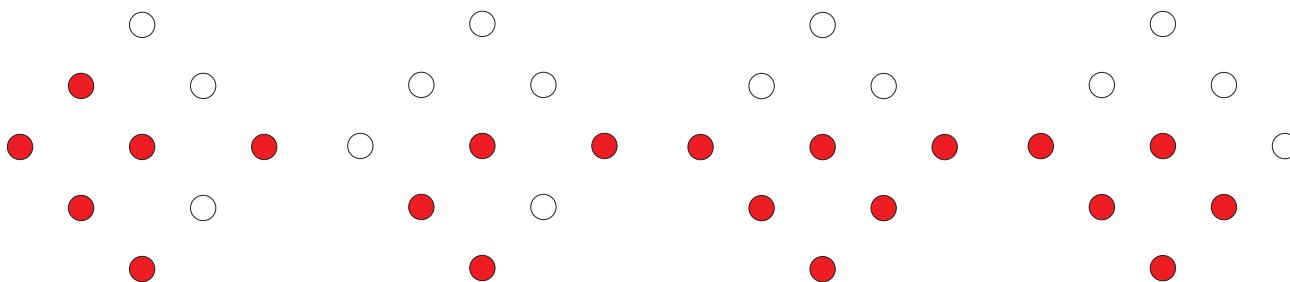
Príklad č. 9: Číslo A má takú vlastnosť, že najväčšie prvočíslo, ktoré ho delí, je presne rovné odmocnине z A . Aj číslo B má vlastnosť, že najväčšie prvočíslo, ktoré ho delí, je presne rovné odmocnине z B . Navyše vieme, že $B = A + 72$. Určite tieto čísla.

Toto sa jej nechcelo počítať. Ale našla niečo zaujímavejšie. Leona Russelová = Samantha Moorová. Veď Leona Russelová je predsa otcova kolegyňa a Johnatanova mama. Nebodaj niečo spáchala? Našiel niečo na ňu? A kto je tá Samantha?

* * *

Leona stála pri fontáne a pomaly čakala. Zavolali jej, že Nicholas má pre ňu nejakú dôležitú správu o Jonovi. Netrpezlivo prestupovala a pozorovala deti, ktoré sa snažili hrať kužeľky na ulici.

Príklad č. 5: Na obrázkoch 1–7 je znázornených 7 situácií, ktoré nastali pri hre kužeľky. Stojace kužeľky sú nakreslené ako plné krúžky, spadnuté kužeľky ako prázdne. Hra začína, keď všetky kužeľky stoja (plný stav) a končí, keď sú všetky kužeľky zhodené. Vieme, že v každom hode spadla aspoň jedna. Zistíte koľkými spôsobmi mohli byť kužeľky zhadzované z plného stavu do úplného zhodenia, keď sa pri tom nevyskytli iné situácie ako tie, ktoré sú uvedené na obrázku, a keď vieme, že nikdy naraz nespadli viac ako tri kužeľky.

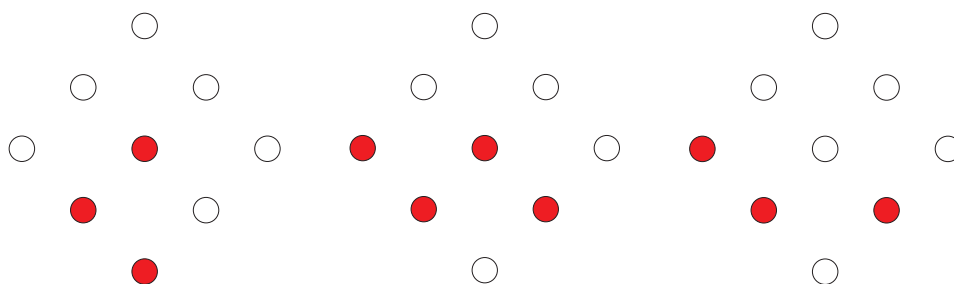


Obrázok 1: Situácia 1

Obrázok 2: Situácia 2

Obrázok 3: Situácia 3

Obrázok 4: Situácia 4



Obrázok 5: Situácia 5

Obrázok 6: Situácia 6

Obrázok 7: Situácia 7

Konečne prišiel Nicholas a spýtal sa, či jej hovorí niečo meno Samuel Clarke. Leonu striaslo. To nie je možné! Ako len mohol niečo zistiť? Ako sa k nej mohli dostať? Mohli vypátrať jej minulosť, keď zakryla všetky stopy?

* * *

Alyssa hľadala ďalej a objavila mapu nejakej budovy, teda len jej opis:

Prémia: Jedná sa o nový *«Počet slovenských futbalových tímov, ktoré sa dostali v ére samostatnosti do skupinovej fázy pohára UEFA»*-podlažný dom, o ktorom ešte vieme, že:

- medzi každými *«Koľko mesiacov ma Mars?»* izbami sú maximálne *«Koľko krát bol za prezidenta spojených štátov zvolený Jimmy Carter?»* dvere
- z každej izby vedú von na záhradu maximálne jedny dvere
- v dome je celkovo *«Koľko je znamení zverokruhu?»* dverí

Koľko najmenej izieb mohlo byť v dome? Skúste nakresliť plán tohto domu. (izby nemusia mať klasický obdĺžnikový pôdorys) (*K riešeniu napíšte aj celé „doplnené“ zadanie.*)

Našla však aj malú poznámku o tajných podlažiach. Malé čísla na papieri jej prezradili súradnice budovy a príklad pod nimi jej pomohol k zisteniu čísla autobusu, ktorý tam chodí.

Príklad č. 2: Maľko má 10 kartičiek s číslicami 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 a 9 (Na každej kartičke je napísaná len jedna číslica a na žiadnych dvoch kartičkách nie sú napísané rovnaké číslice). Z týchto kartičiek zložil tri trojčiferné čísla (jednu kartičku nepoužil). Prvé z nich má súčet cifier 13, druhé 14 a tretie 15. Aký najmenší výsledok mohol Maľko dostať po sčítaní týchto troch čísel?

Zistila si autobus, schmatla celý obsah priečinku a trielila na zastávku.

„O čom to hovoríš?“ opýtala sa Leona, ale z výrazu jej tváre bolo jasné, že to meno je jej až príliš dobre známe.
 „Ešte sme sa neoznámili pani Samantha Moorová,“ uškrnul sa Nicholas, „som rád, že som vás poznal.“
 „Ten darebák si ťa najal však? Uvedomuješ si vôbec, čoho je schopný a čo spáchal? Koľko ti za to zaplatil, povedz,“ povedala Leona, „vieš, že si sa postavil na zlú stranu? Kde je Johnatan, čo ste mu urobili?“
 „Nuž, trochu sme sa s ním zahráli, nič viac. Nemusíš mať žiaden strach.“
 „Čo odo mňa chcete?“
 „Čo myslíš? On svojho syna a obaja peniaze. A celkom slušný balík... A okrem iného takej krásavici ako si ty, by len ťažko niekto odolal...“

„Jon, vieš, nie všetko je tak ako si myslíš. Meno, ktoré používaš nie je tvoje pravé a rovnako ani meno tvojej mamy,“ začala mu vysvetľovať stará mama, „tvoja mama kedysi urobila veľkú chybu a tú aj oľutovala. Vydala sa za nesprávneho muža. Za muža veľmi zlého, a zároveň veľmi vplyvného. Ale o tom nevedela, keď sa vydávala. Vtedy ju začal biť. To je tvoj otec. Utekala pred ním celý život...“
 „Stačí. Nemusíš viac hovoriť, ja o tom všetkom viem. Mama mi o tom povedala, aj keď jej to zakázali. Viac ako o mňa sa bojím o ňu. Musím, dať čo najskôr vedieť Alysse...“ Odvetil som a vytiahol som z ponožky môjho malého kamaráta – minimobil.

Alyssa sa prehŕňala v papieroch. Našla aj jeden veľmi zaujímavý príklad:

Príklad č. 8A (okrem Gamče): Majme trojuholník ABC . Os uhla BAC pretína stranu BC v bode P , os uhla APC pretína stranu AC v bode Q a os uhla PQC pretína stranu BC v bode R . Uhol QRC má 75° a pomer vnútorných uhlov pri vrchoch A a B trojuholníka ABC je $2 : 5$.

Príklad č. 8B (pre Gamču): Majme trojuholník ABC . Os uhla BAC pretína stranu BC v bode P a os uhla ABC pretína stranu AC v bode Q . Os uhla APC pretína priamku BQ v bode R a os uhla BQC pretína priamku AP v bode S . Body R a S ležia mimo trojuholníka ABC . Ďalej vieme, že uhol PSQ má veľkosť 20° a uhol QRP má veľkosť 10° . Zistite veľkosti vnútorných uhlov trojuholníka ABC .

Ale ten ju teraz nemohol zaujímať. Našla však niečo hrozné – zmluvu jej otca s nejakým pánom Samuelom Clarkom. Vtom sa ozvalo SOS a vedela, že je to Jon. Času však bolo málo a musela konať na vlastnú päsť. Vystúpila z autobusu a utekala na jediné miesto, ktoré v tomto meste poznala – k fontáne. Vydýchla si, keď uvidela svojho otca a Leonu. Schovala sa neďaleko nich a odpočula rozhovor. Zhrozila sa zo svojho otca a musela hneď konať, lebo otec už siahal na miesto, kde nosieval zbraň.

„Otec! Viem všetko! Polícia má už kópiu vašej zmluvy a aj všetky ďalšie o vydieraníach a už sú na ceste,“ nebola to síce pravda, ale musela to risknúť, nič iné jej nezostávalo.

„Srdiečko, čo to robíš, veď to som ja! Tvoj ocko!“

„Nie, už nie si. Je hrozné, čo si urobil a ešte horšie je, čo ste chceli urobiť Jonovi a Leone.“

Leona vytiahla zbraň a prevzala vedenie. Nakoniec všetko dobre skončilo. Jonathana aj starú mamu našli. Dokonca sa podarilo zistiť, aj kde sa nachádza jeho otec. Konečne sa dostal tam, kam dlhé roky patril a už nemohol nikomu viac ubližovať.