

Zadania 2. kola zimnej série 2008/2009

Termín: 03.11.2008

Naša adresa: Riešky, Mgr. Viera Babišová, Gymnázium Grösslingová, Grösslingová 18, 815 69 Bratislava 1

„A kam to vlastne ideme?“ nervózne som sa pomrvil na sedadle.

„So starým otcom sme si pre teba pripravili malé prekvapenie,“ odvetila mi stará mama, „skús porozmýšľať, prečo asi.“

Neostávalo mi nič iné len uvažovať. Narodeniny som mal takmer pred polrokom, takže žiaden narodeninový darček ma asi nečakal. V poslednom čase som nedosiahol žiaden veľký úspech, nič svetoborné som nevymyslel. Aj keď, som celkom hrdý na úlohu, ktorú som vymyslel, dokonca o mne. Ešte teraz si pamätám, ako dlho mi trvalo, kým som ju rozlúskol.

Príklad č. 7: Bol studený zimný večer a rozhodol som sa, že si urobím hrnček horúcej instantnej čokolády. Zmiešal som teda vodu a čokoládový prášok. Keď som si z plného hrnčeka odpil jednu osminu, rozhodol som sa, že čokoládu vylepším mliekom. Dolial som teda do hrnčeka toľko mlieka, aby bol hrnček znova plný. Znova som si odpil, teraz jednu tretinu obsahu hrnčeka, no chuť nápoja sa mi znova nepozdávala a tak som zasa do hrnčeka dolial toľko mlieka, aby bol hrnček opäť plný. Zasa som si z plného hrnčeka odpil, teraz jednu polovicu a posledný raz dolial toľko mlieka, aby som hrnček naplnil doplna. Konečne sa mi už chuť nápoja pozdávala, lebo dosiahol ideálnu chuť, a tak som vypil celý hrnček. Koľko hrnčekov čokolády a koľko hrnčekov mlieka som celkovo takto vypil? Koľko by som musel odpiť z plného hrnčeka instantnej čokolády, aby hneď po doliatí hrnčeka doplna mliekom dosiahol ideálnu chuť čokoládovo-mliečného nápoja?

Ale o tomto príklade som nikomu nepovedal, takže ten tiež nemohol byť dôvodom môjho prekvapenia.

Cítil som, ako mi začínajú tŕpnúť ruky za chrbtom, preto som sa ozval: „Stará mama, nemohla by si mi, prosím, odviazať tú šatku? Nie je to veľmi príjemný pocit.“

„Ale iste, srdiečko, o chvíľku zastavíme a odviažem ti ruky,“ odpovedala mi a pustila rádio. Naladila stanicu, ktorá vysielala piesne z deväťdesiatych rokov. Celkom ma to prekvapilo, lebo stará mama bola z tých ľudí, ktorí nevedeli zapnúť počítač, rádio a o mp3 prehrávači už ani nehovorím. Ale nechcel som sa jej dotknúť, preto som sa radšej na nič nepýtal. Zaujal ma však text jednej pesničky:

Príklad č. 1: V kráľovskom žrebčine sú kone rozdelené do troch ohrád. V prvej je sedem čried, v druhej šesť čried a v tretej sú len štyri čriedy koní. V niektorých dvoch ohradách je spolu 187 koní. Koľko koní je v každej z ohrád? (Každú čriedu tvorí rovnaký počet zvierat)

To obdobie muselo byť dosť šialené a text piesne bol skutočne originálny. Možno by sa lepšie učilo do školy, keby sme si z poznámok vytvárali piesne a spievali ich... Na križovatke sme odbočili doľava a vošli sme do celkom veľkého mesta, ktorého názov som prehliadol. Zastali sme na parkovisku a o chvíľku som bol voľný. Nie však nadhlo.

„Jonathan, naša hra pokračuje.“

Pri zaznení môjho mena ma striaslo. Takto ma predsa stará mama nikdy nevolala.

„Odteraz budeš chodiť sám po meste. Vždy dostaneš úlohu, ktorá ťa privedie k ďalšej a tá k ďalšej a ďalšej a ak budeš správne postupovať, nájdeš aj poslednú.“

Fajn, to znie jednoducho. „Ale ako budem vedieť, či je to dobre a kam mám ísť?“

„Pošleš správu na toto číslo a keď to bude správne, príde ti odpoveď a v nej bude uvedené miesto, kam máš ísť,“ vysvetlila mi stará mama a podala mi papierik, na ktorom bolo napísané číslo, „a tu je tvoje prvé zadanie.“

Príklad č. 3A (okrem Gamče): Z malých kociek s hranou dĺžky 1cm sme pozliepali veľkú kocku. Potom sme natreli niekoľko jej celých stien. Keď sme veľkú kocku rozrezali na pôvodné malé kocky, zistili sme, že 45 z nich nemá ani časť natretú farbou. Koľko malých kociek sme pri stavbe veľkej kocky použili? Koľko strán veľkej kocky sme natreli farbou?

Príklad č. 3B (pre Gamču): Z malých kociek s hranou dĺžky 1cm sme pozliepali veľkú kocku. Potom sme natreli niekoľko jej celých stien. Keď sme veľkú kocku rozrezali na pôvodné malé kocky, zistili sme, že 105 z nich nemá ani časť natretú farbou. Koľko malých kociek sme pri stavbe veľkej kocky použili? Koľko strán veľkej kocky sme natreli farbou?

Príklady som vypočítal, síce druhý sa mi zdal trochu ťažší, ale netrvalo mi to dlho. Získal som súradnice skladu, ktorý nevyzeral používané a už vôbec nie lákavo. Na dverách stál odkaz:

Vstup na vlastné riziko. Vypočítajte heslo:

Príklad č. 9: Majme rovnoramenný lichobežník $ABCD$, so základňami AB a CD ($|AB| > |CD|$) a lichobežník $EFGH$ so základňami EF a GH ($|EF| > |GH|$) taký, že úsečka EF leží vnútri úsečky AB tak, že $|AE| < |AF|$. Vieme, že $EFGH$, $FBCG$, $HGCD$ a $AEHD$ sú rovnoramenné lichobežníky (u posledných troch lichobežníkov vám neprezradíme, ktoré z ich strán sú základne) s rovnakým obsahom. Každý z lichobežníkov má aspoň jeden uhol veľkosti 60 stupňov. Ešte vieme, že $|FG| = 3\text{cm}$. Zistite obvod lichobežníka $ABCD$.

Tak toto už bolo náročnejšie. Po druhom pokuse sa dvere otvorili a predo mnou sa nachádzala tmavá miestnosť, bez okien, v ktorej bolo cítiť zvláštny neidentifikovateľný zápach. Možno niečo medzi arómou žumpy a lekárne. Ako som vošiel, dvere sa za mnou zabuchli a ostal som tam v tme. Ešte, že mám mobil, pomyslel som si a siahol som do vrecka. Ale nie! Vo vrecku sa nenachádzalo nič okrem vreckovky a obalu zo žuvačky. Asi mi vonku vypadol, muselo to byť tesne pred vstupom dnu, lebo som ešte posielal smsku. Skúsil som otvoriť dvere. Neúspešne. Začal som po tme hmatáť, no zrazu sa niekde v diaľke ozval zvuk a rozsvietil obraz. Pomaly som pristúpil a uvidel som televíznu obrazovku, na ktorej sa zjavil text:

Pokiaľ stúpiš na jedno políčko dvakrát, prepadneš sa a nikdy sa ti nepodarí dostať sa von.

Táto úloha bola príliš ťažká, pretože som si ju nemal ako zakresliť. Našiel som však cestu, ktorá sa mi celkom pozdávala, ale buď bola zlá, alebo som si to zle zapamätal, pretože sa jedno políčko pod mnou prepadlo. Bol to hrozný pocit. Tentokrát som sa nešmýkal ako predtým, ale padal som. Keď som si už začínal myslieť, že nikdy nedopadnem, hodilo ma to na zem. Spadol som na mäkkú kopy odpadkov. Priestor, v ktorom som sa ocitol vyzeral ako kanalizačná šachta. Niekde v diaľke som začul kvapkanie vody. Najprv jedna kvapka, potom dve a jedna, potom tri, dve a jedna... Pripomenulo mi to jeden známy príklad.

Príklad č. 6: Akou číslou sa končí nasledujúci súčet

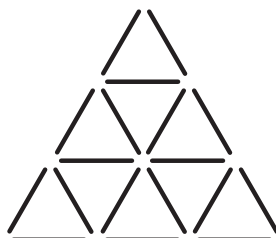
$$(1!) \cdot (1!) + (2!) \cdot (2!) + (3!) \cdot (3!) + \dots + (18!) \cdot (18!) + (19!) \cdot (19!) + (20!) \cdot (20!)$$

($n!$ je skrátený zápis pre súčin všetkých čísel od 1 po n . Teda napríklad $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$.)

Trochu ma to upokojilo, ale prestávalo sa mi to páčiť. Ani zďaleka to nevyzeralo ako hra a už vôbec nie taká, ktorú by pre mňa vymysleli starí rodičia. Ale niečo mi prišlo divné, niečo tu naozaj nesedelo, ale nevedel som presne určiť, čo to mohlo byť. Ako som tak rozmyšľal, kvapkanie na chvíľu prestalo a začul som výkrik: „Pomóóó!“

Leona bola zúfalá. Bála sa o svoje jediné dieťa, začínala mať nepríjemné tušenie... Veď už odvtedy ubehlo niekoľko rokov. Presne 10 rokov, 2 mesiace a 17 dní... Otvorila spodný šuflík a vybrala malú krabičku. Zapálila si cigaretu. Prvýkrát po desiatich rokoch. Poriadne potiahla a zacítila ten starý známy pocit. Vysypala zápalky a začala sa s nimi hrať.

Príklad č. 2: Zo zápaliek skladala trojuholníky. Asi tak ako na obrázku 2



Obrázok 2: Trojuholník zo zápaliek

Na obrázku je trojuholník so stranou 3 zápalky, skladá sa z deviatich malých trojuholníčkov a použila naň 18 zápaliek. Koľko zápaliek by potrebovala na trojuholník so stranou 100 zápaliek? Z koľkých malých trojuholníčkov by sa mal skladáť?

Vyrušilo ju zazvonenie telefónu. Bleskovo ho zdvihla: „Prosím? Áno, rozumiem. Budem tam.“ S neprítomným pohľadom zložila. Rýchlo si pobrala potrebné veci a utekala preč z kancelárie. Nemohla ísť autom, preto utekala na autobus.

Príklad č. 8A (okrem Gamče): Trať autobusu má 14 zastávok. Pre každú dvojicu zastávok existuje práve jeden cestujúci, ktorý na prvej nastúpi a na druhej vystúpi. Napríklad, je práve jeden cestujúci, čo nastúpi na zastávke 2 a vystúpi na zastávke 8. Nájdi vzťah pre počet cestujúcich v autobuse v okamihu, keď cestujúci vystúpia a nastúpia na zastávke x . Po ktorej zastávke vezie autobus najväčší počet cestujúcich? Koľko ľudí je vtedy v autobuse?

Cestou počúvala rozhovor dvoch žien. Jedna z nich spomínala na filmové predstavenie, ktorého sa zúčastnila ešte v mladosti.

Príklad č. 8B (pre Gamču): Dokažte, že 23. októbra 1965 v kine Matematik boli prítomní aspoň dvaja diváci, ktorí mali v kinosále rovnaký počet známych. Je známe, že v prvom rade sedelo 5 ľudí. (Známosti sú vzájomné, čiže ak Jožo pozná Fera aj Fero pozná Joža.)

Utekal som k miestu, odkiaľ sa ozýval hlas. „Ach, to nie je možné!“ zvolal som. „Čo tu robíš?“

Zbadal som starú mamu v zašpinených šatách ležiacu na zemi so zaviazanými rukami a nohami. V ústach mala napchaný papier a celú tvár mala bledú. „Kto ti toto len mohol urobiť?“ rozhorčoval som sa a pustil sa do rozväzovania povrazov.

Keď si vybrala posledný kus papiera z úst prehovorila: „Ach, Joni, moj chudáčik, tebe sa nič nestalo?“

„Nie, nestalo, ale čo to malo byť za hru a aké prekvapenie ma to čaká?“

„Hra? Prekvapenie? O čom to hovoríš?“
