

Zadania 2. kola letnej série 2008/2009

Termín: 27.04.2009

Naša adresa: Riešky, Mgr. Viera Babišová, Gymnázium Grösslingová, Grösslingová 18, 815 69 Bratislava 1

Pršalo stále viac a viac. Obloha bola čierna. Zdalo sa, akoby prešli už hodiny odkedy lietadlo zasiahlo blesk a pilotom sa podarilo núdzovo pristáť napriek zlyhaniu všetkých elektronických prístrojov. Peter sedel, bol v šoku. Čo sa stalo? Ako sa tu ocitol? Pocítil niečo teplé, čo mu tieklo po tvári. Dotkol sa tváre, bola to krv. Áno, Peter narazil do sedadla pred sebou, našťastie nič vážne sa mu nestalo. Nespomínal si však na to, že by nastúpil do lietadla. Veď len včera sa ubytoval v San Claire. Možno je to len sen, len veľmi zlý sen a on sa o chvíľu prebudí. Ozval sa akýsi hlas. „Ste v poriadku? Haló, počujete ma? Ste zranený?“ pýtal sa ho spolusediaci. No Peter nevnímal, stále rozmýšľal iba nad tým, prečo tu je. Zobudil sa, až keď ním zatriasli. Odpovedal trochu váhavo a dosť mumlal: „Áno, som v poriadku. Iba som sa udel. Kde vlastne sme?“ „To skutočne neviem, zajtra sa uvidí, zatiaľ sa máme pokúsiť spať. Kým sa nezlepší počasie nemôžeme nič robiť.“ Peter si vzal deku, ktorú mu podával, po celom tele mu behali zimomriavky. No nebolo to od zimy, ale skôr zo zistenia, že to všetko okolo je skutočnosť. Prikryl sa, zavrel oči, no napriek veľkej snahe zaspáť sa mu to nedarilo. Zadíval sa na oblohu. Hviezdy mu pripomínali rôzne geometrické útvary.

Príklad č. 8A (okrem Gamče): V rovine sú dané dve navzájom kolmé priamky p, q . Zvoľte v tejto rovine 11 rôznych bodov tak, aby rovnobežky s priamkami p, q vedené týmito bodmi rozdelili spolu s priamkami p, q rovinu na a) 26 častí, b) 40 častí.

Príklad č. 8B (pre Gamču): V rovine bolo zvolených niekoľko bodov. Cez jeden z nich prechádzali navzájom kolmé priamky, ostatnými bodmi boli vedené s týmito kolmicami rovnobežky. Priamky, ktoré takto vznikli, rozdelili rovinu na 88 pravouholníkov a 42 nekonečných častí. Aký najmenší počet bodov mohol byť zvolený? Nakreslite jedno riešenie.

Po pár hodinách vyšlo slnko a z lietadla sa naskytol krásny výhľad na hory a vychádzajúce slnko. Obloha bola jasná a nikde ani známky po včerašnej desivej búrke. Iba zopár stromov sa polámalo pod náporom vetra a vytvorili trojuholník a Peter si ho všimol.

Príklad č. 6: Je daný trojuholník ABC taký, že $|AC| > |AB|$ a $|\sphericalangle ABC| - |\sphericalangle ACB| = 30^\circ$. Na strane AC si zvolíme bod D tak, aby platilo, že $|AB| = |AD|$. Zistite veľkosť uhla CBD .

Zopár jednotlivcov sa rozhodlo preskúmať okolie. Dúfali, že nájdu nejakú civilizáciu. Vysielačka nefungovala a mobily tu nemali žiadny signál. Medzi týmito dobrovoľníkmi bol aj Peter. Nedokázal obsedieť už ani chvíľu a aj keď ho ešte trochu bolela hlava, bol rozhodnutý prísť celej veci na koreň. Lietadlo prekvapivo pristálo na akomsi brale, či skôr vyvýšenej plošine, ktorá bola asi najvyššia v okolí. Keď zišli trochu nižšie ukázal sa hustý ihličnatý les. Bol to skutočne krásny pohľad, na listoch stromov a stebloch trávy sa trblietali kvapôčky dažďa. Všade bola len zeleň, spomedzi ktorej kde-tu trčali vrcholky hôr. Takže kadiaľ ísť, to bola hlavná otázka. Podľa posledných súradníc určili svoju približnú polohu na mape. Najbližšie mesto bolo vzdialené tak dvesto kilometrov na juhovýchod. To však neprichádzalo do úvahy. A tak sa vybrali na juh, kde mal byť redší les, a kde by sa najpravdepodobnejšie mohli vyskytovať ľudia. Naši dobrodruhovia totiž neverili v rýchlu záchranu zo strany leteckej spoločnosti, prístup na toto miesto nebol práve najľahší. Dali si pol dňa na prieskum, a za druhú polovicu sa mali vrátiť naspäť. No jedna časť chcela ísť opačným smerom a zvyšku to bolo pomerne jedno, hlavne chceli niečo robiť. Každý z nich si mal vytočiť číslo na kolese šťastia a podľa toho, či bolo párne alebo nepárne sa rozdelili. Petra to príliš nezaujímalo a začal rozmýšľať nad kolesom.

Príklad č. 3A (okrem Gamče): Koleso šťastia je rozdelené na 100 (rovnakých) dielov, ktoré sú očíslované postupne v smere hodinových ručičiek od 1 po 100. Klára zatočila kolesom a zapísala si číslo, ktoré vytočila. Zatočila druhýkrát a koleso sa posunulo o 20 polí a vytočené číslo si zapísala. Zatočila tretíkrát a koleso sa posunulo o 10 polí a vytočené číslo si tiež zapísala. Zatočila štvrtýkrát a koleso sa posunulo o 7 polí a vytočené číslo si tiež zapísala. Aký najväčší súčet mohli dávať zapísané čísla, ak vieme, že Klára točila kolesom vždy proti smeru hodinových ručičiek? (ak je vytočené číslo 5 a pootočíme o 1 v smere hodinových ručičiek, bude vytočené číslo 4)

Príklad č. 3B (pre Gamču): Koleso šťastia je rozdelené na 100 (rovnakých) dielov, ktoré sú očíslované postupne v smere hodinových ručičiek od 1 po 100. Klára zatočila kolesom a zapísala si číslo, ktoré vytočila. Zatočila druhýkrát a koleso sa posunulo o 20 polí a vytočené číslo si zapísala. Zatočila tretíkrát a koleso sa posunulo o 10 polí a vytočené číslo si tiež zapísala. Zatočila štvrtýkrát a koleso sa posunulo o 7 polí a vytočené číslo si tiež zapísala. Aký najväčší súčet mohli dávať zapísané čísla, ak vieme, že druhýkrát točila Klára kolesom opačným smerom, ako pri treťom a štvrtom raze?

Chôdza hustým lesom sa stala po chvíľke pre Petra pomerne jednotvárnou a tak sa vrátil opäť k svojim spomienkam. Hľadá zvitok. A keďže sa ocitol práve tu, asi získal novú stopu. Lenže akú? Kráčali ďalej, celkom príjemná prechádzka, pomyslel si. No zrazu bolo poludnie, a všetci sa chceli vrátiť. Všetci až na Petra. Mal pocit, že musí pokračovať, že je presne tam, kde má byť, a neľadiac na ostatných pokračoval. Nepokúšal sa ich presvedčať, šiel ďalej. Čo mohli robiť? Dali mu pol hodinu a rozhodli sa radšej vrátiť. Cestu späť si krátili rôznymi hádankami, aby nemuseli myslieť na to, že Peter nešiel s nimi.

Príklad č. 2: Dedko išiel na prechádzku so svojimi tromi vnukmi. Dedkov známy sa ich spýtal, koľko majú rokov. Pavol povedal: „Som mladší ako Jakub, ale mám viac ako 4 roky.“ Jakub sa pridala: „Som o 3 roky mladší ako Matej.“ Matej: „Spolu máme trikrát menej ako dedko, ale s ním máme spolu 100 rokov.“ Koľko majú rokov? (vek je celočíselný)

Peter bol sám, no prvýkrát po dlhšej dobe sa cítil zvláštne pokojný. Všetko mal pod kontrolou. Niekde tam v diaľke na neho čakajú. Necítil únavu. Už sa stmievalo a vtedy, medzi stromami zbadal svetielko. Len malé, takmer si ho ani nevšimol. Nasledoval ho. Prišiel k obrovským dverám. Boli naozaj gigantické, z masívneho dreva s veľkými kovovými pánkami. Človek sa pri nich cítil ako maličký chrobák. Toto je cieľ mojej cesty, pomyslel si Peter, keď tam tak stál. Zaklopal. Ledva ho bolo počuť. Skúšal to viackrát, ale nič sa nedialo. Sadol si na zem a čakal. Vedel, že niekto príde. Nevedel prečo, ale veril v to. Zahľadel sa do lesa, neustále sa presviedčal, že tam snáď nežije žiadna nebezpečná zver. Vtedy si spomenul na svojho milovaného Uška. Uško bol jeho labrador. Dostal ho od otca k desiatym narodeninám. Bol veľmi šikovný a tak s ním Peter chodil po súťažiacich, kde bol veľmi úspešný. Zaspal, zmohla ho únava a bolesť hlavy, ktorú celý deň pociťoval. Sníval sa mu veľmi zvláštny sen.

Príklad č. 7: Na výstave psov nastala trochu zmätená situácia. Každý zo štyroch bratov Andy, Belo, Cyro a Dano prihlásil dva psy. Každý z bratov pomenoval svoje psy po svojich dvoch bratoch. Takže sú tam dva psy s menom Andy, dva s menom Belo, dva s menom Cyro a dva s menom Dano. Z ôsmich psov sú tri labradory, tri kólie a dva dalmatíny. Žiadny zo štyroch bratov nevlastní dva psy rovnakého plemena. Žiadne dva psy rovnakého plemena nemajú rovnaké meno. Žiaden z Andyho psov sa nevolá Dano a žiaden z Cyrových psov sa nevolá Andy. Žiadna kólia sa nevolá Andy a žiaden labrador sa nevolá Dano. Belo nevlastní labradora. Kto sú vlastníci dalmatínov, a aké sú mená dalmatínov?

Niekedy nad ránom sa obrovské dvere otvorili. Vyšla z nich postava, od hlavy po päty zahalená v čiernom kabáte. Prihovorila sa Petrovi, ten však tvrdo spal. Po chvíli vyšla ďalšia postava, a spoločne ho odniesli dovnútra. Dvere sa zatvorili.

Peter mal horúčku, už týždeň sa o neho starali mnísi. Za tými obrovskými dverami sa ukrýval kláštor, dávno zabudnutý. Bol v skutku starý, možno z 13.-14. storočia. Všetko tu dýchalo takou starobyľou atmosférou. Peter sa prebudil, práve keď mu jeden z mníchov vymieňal obklady. Teplotu mal už nižšiu, ale ešte stále vyzeral dosť zle. „Kde som?“ prekvapene sa opýtal. „Tu ste v bezpečí, tento kláštor je už desaťročia stratený pred svetom, nikto o ňom nevie.“ Takže kláštor, pomyslel si Peter, a rozmýšľal nad tým, prečo ho to ťahalo práve sem. Od mnícha sa dozvedel, že tento kláštor založil jeden pustovník, ktorý vraj putoval po svete, a hľadal odpovede. Práve na tomto mieste vraj zakončil svoju púť. Petrovi sa kláštor veľmi páčil aj po architektonickej stránke. Z času načas sa zaoberal myšlienkou, ako sa im podarilo postaviť toto všetko bez dnešných strojov.

Prémia: Architekt stál pred takouto neľahkou úlohou. Zákazníci požadovali, aby na ich dome bolo presne *«Kolkatého marca majú meniny Branislav a Bruno?»* štvorcových okien, ktorých celková plocha bude *«Koľko rokov má Vatikánsky mestský štát v tomto roku(2009)»* m² no a zároveň, aby sa dĺžka strany každého okna dala vyjadriť v celých metroch. Profily, ktoré sa používajú na zhotovenie rámu okien sa predávajú len v dĺžke *«Koľko Kráľov obsahuje jeden pokrový balíček?»* metre. Tieto profily sa môžu rezať, no nesmú sa spájať *«Koľko bodov v celkovom hodnotení v Alpskom lyžovaní delilo tento ročník(2008/2009) Raicha a Svindala»* kusy na strane okna (teda nadstavovať). Ako má architekt okná navrhnuť, aby bolo nutné zakúpiť čo najmenej kusov profilov?

(K riešeniu napíšte aj celé „doplnené“ zadanie.)

Peter sa už síce cítil lepšie, no stále príliš slabý na to, aby zostúpil do blízkej dediny, vzdalenej tak dva dni cesty. Rozhodol sa preštudovať si niektoré spisy z kláštornej archívy. Život tu sa mu veľmi páčil. Taký pokojný, a plnohodnotný. Všetci spoločne pracovali v záhrade, pestovali zeleninu a ovocie. Tiež mali kravu na mlieko a zopár sliepok. A nič ich netrápilo. V pokoji si mohli študovať rôzne filozofické diela, prepisovať staré zvitky. Peter skoro zabudol na všetky svoje starosti, a nebyť otca, snáď by tu aj zostal. Po mesiaci sa Peter cítil taký zdravý ako nikdy predtým. Dokonca aj spomienky sa mu vrátili. Zistil, že nemá hodinky, a vtedy sa mu všetko vybavilo. Vydal sa na cestu.

Po dvoch dňoch bez sprchy, strávených v horách vyzeral dosť odpudzujúco, a väčšina ľudí, ktorých stretol, sa mu vyhýbala. Chcel sa ubytovať niekde v miestnom penzióne, ale žiaden tam nebol, a on si uvedomil krutú pravdu, že nemá nič zo svojich vecí. Bol bez pasu, oblečenia a peňazí. Jediné čo mal, bolo to, čo dostal od mníchov. Zopár hracích kociek a obnosený mníšsky habit, ktoré mu darovali, aby za ne získal nejaké peniaze. Tunajší ľudia boli celkom jednoduchí farmári. Žili si tu veľmi pokojne. Ich jediný zájem bol o zväčšovanie svojich fariem.

Príklad č. 1: Farmár v prvom roku hospodárenia obrábal obdĺžnikové pole s dĺžkami strán 10 a 20 m. Toto políčko bolo obodnané plotom. Keďže sa mu darilo, na konci roku odkúpil časť okolitej pôdy, čím sa každá strana poľa zväčšila dvojnásobne. Starý plot rozobral a pletivo použil na stavbu nového, samozrejme musel časť aj dokúpiť. Na konci druhého roku sa táto situácia zopakovala... A tak to išlo aj v ďalších rokoch. Koľko metrov pletiva musel farmár prikúpiť medzi piatym a šiestym rokom?

Ale nemali peniaze na rozhadzovanie, takže sa ich Peter pokúšal zaujať kockami, aby si získal ich priazeň. Dúfal, že potom mu pomôžu a tak si vymyslel hru.



Obrázok 1: Zľava



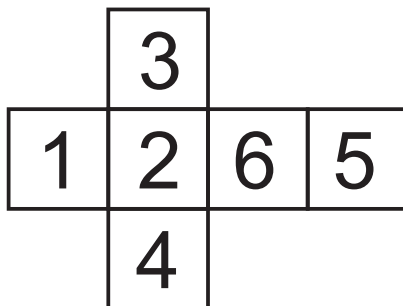
Obrázok 2: Spredu



Obrázok 3: Sprava



Obrázok 4: Zozadu



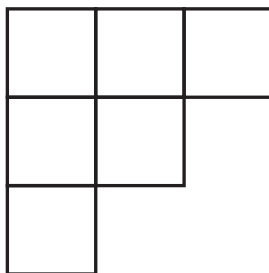
Obrázok 5: Rozloženie čísel na kocke

Príklad č. 9: Emilovi sa nechcelo učiť a tak sa radšej začal hrať s piatimi kockami, ktoré našiel na stole. Poukladal ich na štvorcový plánik 3x3 tak, aby každá kocka ležala na práve jednom štvorčeku. Zakreslil si, ktoré čísla vidí z každej strany, vidíme to na obrázkoch 1, 2, 3 a 4. Viete podľa týchto 4 nákrasov povedať, ako by vyzerali kocky pri pohľade zhora? Emil pracuje s klasickými kockami popísaním ako na obrázku 5.

Od radosti, že sa viac nebudú nudiť po večeroch mu pomohli dostať sa na anglické veľvyslanectvo. Tam mu najprv neuverili. Peter bol po páde lietadla vyhlásený za nezvestného a fotka, ktorá bola pri jeho mene sa príliš nezhodovala s jeho terajšou podobou. Bol zarastený, špinavý a rozhodne nepôsobil ako profesor. No odtlačky prstov potvrdili jeho totožnosť a tak sa vrátil domov. Nemohol pokračovať v pátraní bez prostriedkov. Takže sa dal do poriadku, zbalil si potrebné veci a vrátil sa naspäť do Španielska.

Cestu si krátil vymýšľaním úloh pre svojho spolusediaceho - asi desaťročného dieťa. Všetky zvládalo veľmi rýchlo. Peter bol unavený a chcel si aspoň chvíľu oddýchnuť, vtom mu napadla vskutku ťažká úloha. A tak zamestnal tohto nezdotateľného chlapca na zvyšok letu.

Príklad č. 5: Doplní do štvorčekov na obrázku 6 čísla 1, 2, 3, 4, 5 a 6 tak, aby súčet čísel v každom riadku bol dvakrát menší ako súčet čísel v riadku tesne nad ním a súčty čísel v jednotlivých stĺpcoch boli tri po sebe idúce čísla. Nájdi všetky riešenia.



Obrázok 6: Divná tabuľka

Letel iba zopár hodín a taxíkom sa z letiska odviezol rovno do svojho bytu v centre Londýna. Byt nebol príliš veľký, no Petrovi úplne stačil. Slúžil mu iba akýsi sklad, v ktorom bola aj posteľ s kúpeľňou. Pôsobil dosť zanedbane, ale jeho majiteľ v ňom za posledné roky nestrávil viac ako mesiac. V tonách materiálov nakopených snád' všade, hľadal Peter obálku s informáciami od jedného zo svojich kolegov. Robil výskum v jednom zámočkom archíve a našiel akési dokumenty, v ktorých sa hovorilo o rytierovi de Flamber. Peter bol presvedčený, že obálka by mala byť niekde v jeho pošte. Nenašiel nič. Napadlo mu, že ju možno omylom nechali v schránke jednému zo susedov.

Príklad č. 4: Tento dom bol však pomerne zvláštny. Peter o tom síce nemal žiadne dôkazy, ale domnieval sa, že tu žijú dva typy ľudí. Poctivci a podvodníci. Poctivci sa vyznačujú najmä pravdovravnosťou a podvodníci naopak svojimi klamstvami. Nemal príliš veľa času a tak zaklopal susedovi hneď oproti. Vo dverách sa ukázali dve osoby. Jedného z nich sa opýtal: „Je medzi vami poctivec?“ Po odpovedi vedel presne určiť čo sú domorodci zač. Bol človek, ktorého sa spýtal poctivec alebo klamár? A ten druhý?

Peter síce zistil kto je kto, no nepomohlo mu to. Nikto nevedel kto je, a už vôbec nemali predstavu, kde by mohla byť jeho pošta. Ešte mal jednu možnosť, jeho kamarát mal aj starú odresu, otcovu adresu.

Pobalil si, čo potreboval na cestu späť do Španielska, a aj keď veľmi nerád, vybral sa do rodného domu. Od mesta bol vzdialený iba hodinku cesty. Staré vidiecke sídlo z viktoriánskych čias. Peter tu nebol od nehody svojho otca. Pomaly otvoril dvere, akoby sa bál, že tam na neho číha duch. Zavrzgali. Vnútri bol príšerný vzduch, nedalo sa tam ani dýchať. Peter pootváral čo najviac okien. Vrátil sa ku dverám. Na zemi ležala pekná kôpka obálok. Poprehrabával sa v nich a našiel, čo hľadal. Nedočkavo obálku otvoril. Boli to kópie dokumentov, ako čakal, ale boli v naozaj zlej kvalite. Všetko technické vybavenie mal pobalené v taxíku, nemal chuť ho rozoberať a potom znovu baliť. V otcovej pracovni je predsa počítač s celkom dobrým programom na čistenie starých dokumentov, uvedomil si.