Zadania druhého kola zimnej série 2007/2008

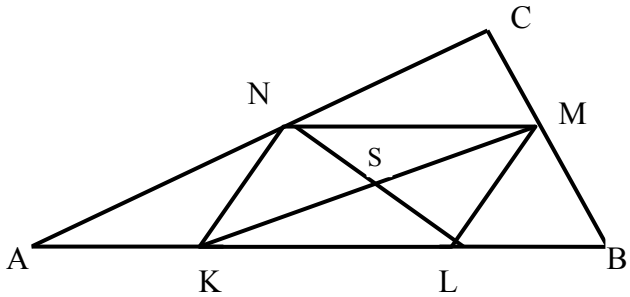
TERMÍN: 19. november 2007

Naša adresa: Riešky, RNDr. Zuzana Frková, Gymnázium Grösslingová 18, 811 09 Bratislava

„Po tom, čo princezná Catherine, dcéra anglického kráľa, utiekla z domoviny, kráľ sa nahneval a vypísal odmenu za dolapenie neposlušnej dcéry. Táto správa dosiahla princeznú vo Francúzsku. Princezná sa aj napriek veľkému nebezpečenstvu rozhodla, že bude pokračovať vo svojej ceste do Aragonu. Vďaka jej plánu a šťastnej náhode sa jej podarilo prejsť cez hranice, ale aj zachrániť veľa dedinčanov z okolia kláštora, ktorý použila ako hraničný priechod. Catherine prekročila hranice po tenkej drevenej lávke, tak nasledujme jej príklad a poďme sa pozrieť, či sa jej podarí užiť si nejaké to dobrodružstvo pred tým, než sa bude musieť vrátiť do Anglicka."

Ťažké a studené nočné povetrie v Pyrenejách udrelo Catherine do tváre, akonáhle vystúpila na lávku. Hneď za ňou kráčali Gabi a Pablo, ktorý niesol pár kufrov. Na druhej strane lávky bola úzka cestička, ktorá smerovala do maličkej dedinky. „No toto v pláne nebolo! Cestovať v noci je nebezpečné, ale inú možnosť nemáme. Keď dôjdeme do dedinky, nájdeme niekoho, kto nás odvezie do najbližšieho mesta," rozkázala Catherine. Po tom, čo sa rozlúčili s mníškou a dedinčanmi, ktorých zachránili, pohli sa smerom po cestičke. Bola noc, ale našťastie im svietil mesiac, takže si museli dávať pozor len na to, aby sa nepošmykli alebo nespadli. V dedine Catherine zamierila rovno do krčmy, veď kde by sa tak mohli nachádzať ľudia, ktorí všetko vedia, ak nie v krčme. Bol to stredne veľký dom, ale polovicu z neho zaberali izby hostinca a dve izby patrili hostinskému. Takže chlapi boli natlačení v dosť malej miestnosti, kde práve prebiehala vášnivá debata o novom inteligentovi, ktorý prišiel do dedinky na pár dní. Catherine, ktorá to započula, hneď vyslala Pabla, aby zistil, kde ten učenec prenocuje. O niekoľko minút sa Pablo vrátil aj s novými informáciami. Estéban, ako sa volá múdry chlapík, s ktorým sa chce Catherine stretnúť, dnes nocuje u pekára, ktorý od neho dostal recept na nové pečivo. „Múdry chlapík ale zjavne nemá čím platiť. Možno by sme ho mohli otestovať a potom zobrať na dvor. Inteligencie nie je nikdy dosť," rozmýšľa princezná. „Zajtra ho pôjdeme navštíviť. Dnes prespíme v hostinci, Pablo choď objednať izby a zariaď, aby sme mohli vojsť zadným vchodom." Hostinskému Pablo zaplatil vopred a tak nemal žiadne výhrady. „Je čas ísť spať," vzdychla si unavená princezná. Ľahla si do postele, a hoci ju už boleli oči, ešte stále nevedela zaspať. Tak si začala unavovať aj mozog, ktorý si dnes neprecvičila tak, ako v iné dni.

Príklad č.7: Na posteli bol vyrezaný trojuholník ABC. V ňom je vyrytý kosodĺžnik KLMN (Body K a L ležia na AB, bod M leží na BC a bod N leží na CA), pričom platí, že veľkosť uhla CAB sa rovná veľkosti uhla MKL a veľkosť uhla BCA sa rovná veľkosti uhla MSN, kde S je priesečník uhlopriečok kosodlžníka. Viete zostrojiť trojuholník ABC, ak poznáte dĺžky uhlopriečok kosodlžníka a veľkosť uhla MKL?



Ráno sa princezná zobudila svieža ako vždy. Pablo bol už pripravený na odchod a Gabriele si balila posledné veci. Keď boli zbalení, vyrazili za Estébanom. Toho stretli pred pekárňou a spoznali ho podľa veľmi zvláštnych šiat. Boli zjavne vlastnoručne ušité, lebo za takú prácu by zaplatil obrovské peniaze. Nespočítateľne veľa vreciek bolo s veľkou šikovnosťou maskované ako záhyby alebo vzory. Z týchto vreciek vytiahol píšťalu a začal hrať. Zrazu bolo počuť výskanie malých detí, ktoré sa zbiehali aby si zaspievali s Estébanom.

Príklad č.4: Estéban má najradšej štyri deti: dve dievčatá, Miguelu a Leonor a dvoch chlapcov, Tomasa a Roldána. Keď Catherine chcela vedieť, koľko majú tie deti rokov, povedal jej hádanku:
Tomas je o dva roky starší ako Roldán.
Súčet vekov chlacov je rovnaký ako súčet veku dievčat.
Miguela je dvakrát taká stará ako Leonor.
Pred rokom mal Tomas dvakrát viac ako mala vtedy Leonor.
Koľko rokov majú deti?

Po chvíli začali deti tancovať okolo hrajúceho Estébana. Pochytali sa za ruky,....

Príklad č.1: 7 dievčat a 6 chlapcov sa pochytalo za ruky a vytvorili kruh. Koľko dievčat sa môže držať za ruku s chlapcom? Nájdite všetky možnosti.

...a tancovali, poskakovali, spievali a radovali sa z toho, že sa s nimi niekto hrá. Takto, aj všeliako inak, zabával Estéban deti ešte približne hodinku, no potom ich už poslal naspäť domov, pomáhať mamkám. Až vtedy sa konečne mohli s Catherinou porozprávať. Pri rozhovore sa dozvedela, že Estéban cestuje do najbližšieho mesta, takže im môže pomôcť s odvozom.

Dohodol sa s pekárom, ktorý potrebuje odniesť pečivo do druhej dediny, ten súhlasil, že zoberie aj Catherine, Gabriele a Pabla.

Príklad č.9: Pekár, ktorý vlastní jeden voz, chce prepraviť pečivo z jednej dediny do druhej, vzdialenej 1000 km. V prvej dedine je pripravených na odvoz 3000 kusov pečiva. Voz však naraz unesie iba 1000 kusov a pred prejdením každého kilometra zje pekár jedno pečivo. Koľko pečiva sa mu podarí prepraviť do druhej dediny? Ako to dosiahne?

Pekár bol rád, že bude mať spoločnosť a že mu niekto pomôže s nakladaním pečiva. "Viete, v tej druhej dedine zomrel pekár a nemal žiadneho syna ani manželku, takže celá dedina je bez zásob pečiva. Keď bude mať môj syn Emilio dosť skúseností, tak ho tam pošlem, už ho musím len naučiť tajný recept. Keby nebol taký neposlušný, tak by tam už mohol pracovať. Ale on namiesto toho len pobehuje niekde po okolí. Myslí si, že by sa mohol stať rytierom. Ako by sa mohol stať syn pekára rytierom!" zasmial za Bernardo, milý pekár z dedinky pri hraniciach.

Príklad č.3:
A (okrem GAMČE): Emilio chodí behať na ihrisko tvaru obdĺžnika s obvodom 300m. Raz obiehal okolo celého ihriska, potom iba okolo jeho polovice tak, že si cestu pravidelne skracoval po stredovej čiare. Emilio zistil, že obehne 12-krát celé ihrisko za rovnaký čas, ako 20-krát polovicu ihriska. Určte rozmery ihriska.
B (pre GAMČU): Emilio chodí behať na ihrisko tvaru obdĺžnika s obvodom 150m. Ihrisko je rozdelené dvomi čiarami na tretiny (rovnobežne so stranou ihriska). Raz obiehal okolo celého ihriska, potom okolo dvoch tretín tak, že si cestu skracoval po čiare vyznačujúcu dve tretiny ihriska. Keď sa mu už nechcelo behať, tak behal len okolo jednej tretiny ihriska a takisto si cestu skracoval po čiare vyznačujúcu tretinu ihriska. Zistil, že obehne 12-krát celé ihrisko za rovnaký čas, ako 15-krát dve tretiny. Aké sú rozmery ihriska? Koľkokrát za ten istý čas obehne tretinu ihriska?

Keď Pablo s Estébanom dokončili nakladanie pečiva, naložili aj svoje veci a posadali si k vozu. "Pani, vyzeráte celkom múdro, nevedeli by ste mi pomôcť s jedným problémom?" oslovil princeznú Estéban. "Jeden priateľ sa ma pýtal...

Príklad č.2: ...na riešenie svojho problému. Máme štvorec ABCD a stredy jeho strán si postupne označíme EFGH (E je stred AB, F stred BC,…). Vznikne nám takto nový štvorec EFGH. Stred strany EH označíme I. Stred strany FG označíme J. Súčet obsahov trojuholníkov IFJ a AEH je 16 cm^2. Aký obsah má štvorec ABCD?
„Vedeli by ste mi pomôcť?" "Samozrejme, že by som vedela! Ale vy ma len skúšate, však?" spýtala sa princezná. "No odhalili ste ma," zasmial sa Estéban. "Ak nechcete, nemusíte to počítať, viac by som sa potešil, ak by ste mi povedali vaše ctené meno. Ja sa volám Estéban." "Ja sa volám Catherine, teší ma."
"Estéban, zober svojich priateľov a vysadnite na voz!" kričí pekár Bernardo. Cesta bola pokojná, takže sa mohli Estéban a Catherine ďalej rozprávať. "Dovoľte mi, aby som vás teraz vyskúšala ja...

Príklad č.6: Dvadsiate storočie sa bude končiť 31.12.2000, čo bude nedeľa. Akými dňami v týždni nebude končiť žiadne storočie? (Pozn.: Každý štvrtý rok je priestupný pokiaľ nie je deliteľný 100 avšak pokiaľ je deliteľný 400, tak priestupným je) "

"Hmmm, počkajte, porozmýšľam," zamyslí sa Estéban. Kým premýšľal, ostatní sa kochali okolitou prírodou. "Aháááá, lasička!" zvýskla Gabriele od radosti.

Príklad č.5: Hyena sleduje nory lasičiek, počíta lasičky a brúsi si na ne zuby. Vidí dve nory, v ktorých sa lasičky množia a prebehávajú medzi nimi. Sleduje ich už od dňa, kedy v každej nore bola práve jedna lasička. Odpozorovala, že každý deň sa v jednej z nôr (nemusí to však byť vždy tá istá!) zdvojnásobí počet lasičiek, jedna lasička však túto noru opustí a prejde do druhej nory. Dnes hyena si všimla, že v plnšej nore je presne 7 lasičiek. Hyena však čaká, zaútočiť chce až vtedy, keď v jednej nore bude viac ako 100 lasičiek. V najlepšom prípade koľko najmenej dní (celkovo) čakala?

"Jejda, nevýskaj toľko, veď doma sme vídavali lasičky každý deň," utišuje ju znudená Catherine. "Chcem si pospať, takže by som prijala, aby tu bolo tichšie," oznámi princezná a hneď zaspí.

Keď sa Catherine prebudí, kočiar vchádza do mesta cez bránu s dvoma levmi – chrličmi na stĺpoch. "Estéban, kam sa pôjdeš ubytovať?" vypytuje sa Gabriele. "Ešte neviem, dúfam, že niekde budem môcť pomôcť a tak ma nechajú prespať," rozmýšľa Estéban. "Ak chceš, môžem ti zaplatiť ubytovanie," ponúkne sa Catherine. "Samozrejme, nie zadarmo. Určite mi budeš nápomocný." A ešte šeptom dodá: "Dohodneme sa potom, netreba, aby všetci vedeli, koľko ti môžem zaplatiť."
"Samozrejme, pani, odteraz som vám k službám. Dokým sa mi bude chcieť a budem dostávať plácu, môžete ma pokladať za vášho pomocníka." "Výborne!"

"Tak ja sa budem musieť rozlúčiť, musím ešte ísť nakúpiť múku," rozlúči sa Bernardo, keď vyložia pečivo do obchodu. "Ahoj, bola som rada, že som ťa spoznala." "Aj ja," pridal sa Estéban k Cathererininmu lúčeniu. "Pablo, my ideme do hostinca a ty zatiaľ skús nájsť nejaké lepšie izby."

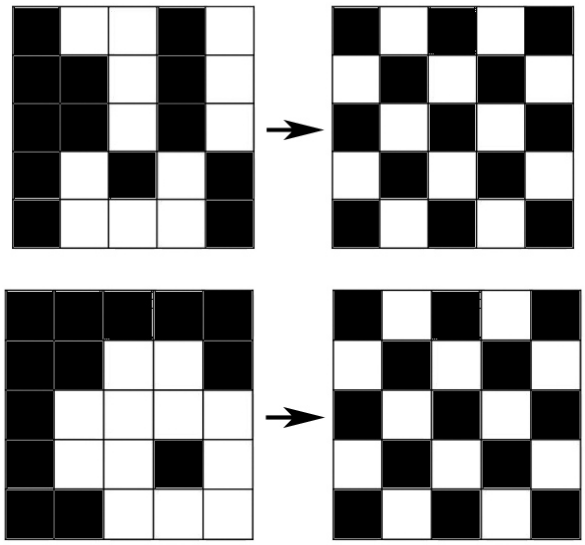
"Áno, pani."

Pablo sa rozbehol, že pohľadá nejaký ten domček, ktorý by si mohol prenajať.

Príklad č.8b:
B (pre GAMČU):
Videl okolo seba 6 domov, niektoré dvojice boli pospájané cestami, niektoré nie.
Chlapček, pri ktorom sa Pablo zastavil, povedal: "Existujú tri domy také, že každé dva sú spojené cestou." No dievčatko s ním nesúhlasilo. "Existujú tri domy také, že žiadne dva z nich nie sú spojené cestou." Dokážte, že bez ohľadu na to, ako cesty viedli, aspoň jeden z nich mal pravdu. *(poznámka: dva domy sú spojené cestou ak ich nejaká cesta priamo spája, teda neprechádza iným domom)*

Catherine s Estébanom si zatiaľ v hostinci zahrali hru:

Prémia: Printr-o singura miscare, puteti schimba fie doua patrate intr-un rand, fie doua patrate intr-o coloana. Care este numarul minim de miscari necesare pentru ca imaginea din stanga sa se transforme in imaginea din dreapta (tabla de sah)?



Príklad č.8:
A (okrem GAMČE):
Na ples príde 20 ľudí, medzi nimi aj pán Leonardo. Okrem nich tam bude aj náš Estéban a Catherina, ktorí hľadajú pána Leonarda. Estéban vie, že Leonardo pozná každého, ale pána Leonarda nikto nepozná. Estéban môže ukázať na nejakého človeka a spýtať sa niekoho iného, či pozná toho, na koho práve ukazuje. Ten pravdivo odpovie áno alebo nie. Zistite, či dokáže Estéban za každých okolností nájst pána Leonarda na menej ako 20 otazok. Koľko otázok mu stačí?

"Hm, podľa mňa by sme sa mohli naňho najprv popýtať, niečo o ňom zistiť," navrhla princezná. "A ešte si musím zohnať šaty....."
No čo sa môže stať na plese? Podarí sa im nájsť majstra Leonarda? Prečo Estéban cestuje a nepracuje ako bežný človek? .... dočítate sa ďalej... :-)