



RIEŠKY

10. ročník – letná séria
1.kolo

matematický
korešpondenčný
seminár

Milá Rieškarka, milý Rieškar,

vitaj v novom polroku, s ktorým prichádza aj nová letná séria. Veríme, že sa ti bude páčiť aspoň tak veľmi ako tie predošlé. Dúfame, že sa hneď pustíš do riešenia☺. Odmenou ti bude nielen dobrý pocit, že si sa opäť zlepšil v matematike a potrápil svoje mozgové závity. Ak sa dobre umiestniš, tak aj tradičné júňové sústredenie Riešok, na ktorom je vždy kopec zábavy.

V novej sérii, sme pre teba pripravili prekvapenie, v podobe novej prémie. Už nemusíš zisťovať, či je práve v španielčine alebo portugálčine. Už ti stačí, len dobrý detektívny talent☺. Ako teda bude prémie vyzerat? Namiesto niektorých údajov v príklade, sa v zátvorke objaví informácia podľa ktorej ho zistiť.

Napríklad:

Janko s Marienkou mali spolu //POČET MESAICOV V ROKU// detí.

Toto je jednoduché, azda si prišiel na to, že detí mali 12.

No informácie môžu byť aj zložitejšie:

Kubko sa narodil v roku //NÁZOV ROMÁNU ANGLICKÉHO SPISOVATEĽA GEORGE ORWELLA S HLAVNOU POSTAVOU WINSTONA SMITHA//.

Tu už treba trochu popátrať, pozrieť do maminej knižnice, opýtať sa sestry, alebo použiť Google. Ale po menšom zisťovaní sa určite dozvieš, že román sa volá 1984, takže Kubko sa narodil v tomto roku. Veríme, že sa ti nová prémie bude páčiť, minimálne rovnako ako nám.

Ak však nebudeš ničomu rozumieť, alebo sa chceš niečo ohľadom zadania opýtať napíš nám mail na adresu **zadania@riesky.sk**. Ak sa tvoja otázka týka niečoho iného, použi mail **riesky@riesky.sk**. No predtým než sa opýtaš, skús sa pozrieť na našu stránku na adrese **www.riesky.sk**, či tam nenájdeš informáciu, ktorú hľadáš. Na tejto stránke tiež uverejňujeme aktuálne oznamy o výletoch, stretnutiach, a všetkom možnom aj nemožnom ☺.

Nakoľko sa nám pekne otepluje, pozývame ťa na výlet. Ešte necháme sniežku čas, cez jarné prázdniny, aby rozohrialo zem, a pripravilo nám peknú jar. A vyrazíme do prírody. V sobotu 8.3.2008 o 10:00 sa stretneme pod Novým mostom a vyberieme sa do Rusoveckého parku.

Tiež by sme si mohli spraviť aj také menšie stretnutia, na ktorých sa porozprávame, zahráme šarády, futbal alebo frisbee. Aktuálne oznamy o týchto stretnutiach nájdete na stránke.

Nezabudni, že na výlet aj stretnutia treba doniesť potvrdenie podpísané zákonným zástupcom, v ktorom povoľuje tvoju účasť na akcii.

Tak teda držíme palce...

Zadania prvého kola letnej série 2007/2008 TERMÍN: 17.3.2008

Naša adresa: Riešky, Mgr. Viera Babišová, Gymnázium Grösslingová 18, 811 09 Bratislava

Miška sa zobudila a nemohla sa ani pohnúť. Snívalo sa jej, že ju zavalil obrovský kameň v medzierke, do ktorej sa ledva zmestila. Bola rada, že je už ráno. Pokúsila sa posadiť, ale nevládala zdvihnúť ruky ani spustiť nohy na zem.

„Mami!“ zakričala, ale z hrdla sa jej vydral príliš tichý hlas, aby ho bolo počuť do vedľajšej miestnosti. Postupne skúšala volať na ocka i sestru Zuzku, s ktorou sa síce pohnevala, ale v úzkosti na to aj zabudla.

Príklad č.3: Zuzka sa s Miškou pohádala a v zlosti prepisala číslice z jej úlohy na písmenká. Aby sa Miška nenahnevala veľmi, zamenila rovnaké číslice za rovnaké písmenká a rôzne za rôzne. Pomôžte Miške znova vypracovať jej domácu úlohu.

A (okrem GAMČE):

$$F1F$$

$$\times \quad 2E$$

$$63C$$

$$D2D$$

$$D8BC$$

(Poznámka: Písmená môžu skrývať číslice 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)

B (pre GAMČU):

$$LES \cdot LES = PRALES$$

Ležala na nej ťažká biela hmota. Jediná možnosť, ako sa spod nej dostať, bola vyvliecť sa z nej. Trvalo jej to asi desať minút, ale napokon bola schopná spustiť nohy z postele. A vtedy jej to došlo. Pochopila, čo je tá veľká ťažká biela vec, čo ju zavalila. Bola to jej perina! Jej obyčajná perina. Teraz však siahala Miške vyše hlavy. Pozrela na zem. Zdalo sa jej, akoby bola vzdialená aspoň 5 metrov!

Miška sa ráno zobudila a merala sotva 20 centimetrov. Uštipla sa. Au!

„To nemôže byť pravda, to sa mi len sníva. Teraz napočítam do troch a zobudím sa.“ A tuho zažmurila oči. „Raz, dva, tri!“ Najprv pootvorila jedno oko, potom obe. Dvere boli stále ďaleko, zošit na stole stále pripomínal viac ihrisko ako včerajšiu úlohu z matiky.

Príklad č.8: Domáca úloha naozaj nebola ľahká a mala ešte aj dve časti:

A (okrem GAMČE):

Na papieri je nakreslený kosoštvorec $ABCD$, ktorý je uhlopriečkami rozdelený na 4 trojuholníky. Do každého z týchto trojuholníkov je vpísaná kružnica. Tieto 4 kružnice sa po dvoch dotýkajú. Vnútri medzi kružnicami vzniká „hviezda“, ktorej obsah je $16 - 4 \times \pi$. Každá kružnica sa dotýka aj jednej zo strán kosoštvorca, ktorú delí na dve časti. Jedna z týchto častí má dĺžku 4. Vypočítajte obsah kosoštvorca.

B (pre GAMČU):

Janko si nakreslil rovnostranný trojuholník. Dokreslil si ešte všetky kružnice, ktorých stredy ležia v stredoch strán trojuholníka, a ktoré zároveň prechádzajú jeho dvomi vrcholmi. Každé dve z týchto kružnic sa vzájomne pretínajú. Aký je obsah prieniku všetkých troch kruhov? Janko nám prezradil, že polomer vpísanej kružnice trojuholníka je $4 \times \sqrt{3}$.

„Musím sa dostať za našimi,“ pomyslela si. Ale ako? Posteľ je príliš vysoká, aby z nej len tak zoskočila.

Pozrela znovu na zem. Dnes dokonca ani nezhodila vankúš, do ktorého by mohla padnúť. A teraz je na ňu príliš ťažký. Prechádzala sa po posteli v snahe niečo rozumné vymyslieť, ale nejako jej to nešlo. Možno to bolo tým, že aj jej mozog sa niekoľkonásobne zmenšil. Žeby jej chýbalo technické myslenie všeobecne, to si odmietala pripustiť a pre istotu si to rýchlo skúsila overiť.

Príklad č.9: Na papieri je nakreslená kružnica. Na jej obvode je pravidelne rozmiestnených 80 bodov. Niektorých 40 je zafarbených na oranžovo, ostatné na fialovo. Miška pri pohľade na papier rátala, koľko je pravouhlých trojuholníkov, ktoré

majú všetky tri vrcholy oranžové a koľko je takých pravouhlých trojuholníkov, ktoré majú všetky tri vrcholy fialové. Pri akom zafarbení bodov je viac pravouhlých trojuholníkov s oranžovými vrcholmi? Kedy je ich rovnako?

Kým vymyslela, ako sa dostať dole – po šnúrke, čo sa odpárala z plachty – rodičia už boli preč a kým sa dostala do kuchyne, pomaly začala byť zúfalá.

Stále to nechápala. Prebehla si včerajší deň. Nič extra, ráno škola, potom bola u Vikiho a večer doma, normálka. Viki! On by jej vedel pomôcť! Je to jej kamarát od prvej triedy. Hrali vybíjanú a on ju trafil tak, že sa rozplakala. Chcel sa jej ospravedlniť a tak ju zavolať k nemu na štrúdlu starej mamy. No na to kde býva, musela prísť sama.

Príklad č. 7: Viki býva na ulici s číslami od 8 do 100. Miška chce zistiť, ktoré číslo domu presne má.

Preto sa pýta Vikiho: „Je to číslo väčšie ako 50?“

Viki odpovie, ale nehovorí pravdu.

Miška pokračuje: „Je násobkom 4?“

Viki opäť odpovie nepravdivo.

Miška sa pýta: „Je to druhá mocnina?“

Tentoraz Viki odpovie pravdivo.

Miška vyhŕkne: „Viem, aké je to číslo, ak mi povieš, či je prvá číslica 3.“

Viki jej odpovie, no tentoraz nevieme, či pravdivo. Miška teda povie číslo, ktoré jej vyšlo (Miška uvažuje rozumne, netipuje), no keďže verila, že Viki jej hovoril vždy pravdu, jej výsledok je nesprávny. Na akom čísle Viki skutočne býva?

Kým našla Vikiho dom, slzy ju dávno prešli a pri štrúdle mu odpustila aj to, že si z nej utáhoval. A odvtedy sú nerozlučná dvojica. Inak je to celkom nudný príbeh, preto sa históriou ich vzťahu teraz zaoberať nebudeme.

Takže Miška sa dostala do kuchyne, automaticky zamierila ku chladničke, že si vezme niečo pod zub, keď si znovu uvedomila svoju zúfalú situáciu a o otvorení chladničky, s čím mala aj v normálnej veľkosti problémy, lebo dvere sa zasekávali, mohla len snívať. A na spánok mala teraz dosť zlé spomienky súvisiace so zavalením balvanom aj inými problémami. Tak teda zozbierala pár omrvíniek, čo ostali po raňajkách a vzhľadom na veľkosť jej žalúdka jej celkom stačili. Uspokojila sa s tým, že na teplý čaj dnes zabudne a začala tuho rozmýšľať. Ako sa dostať k Vikimu? No a rozmýšľala a rozmýšľala, jej malé mozgové závitky pracovali na plné obrátky, až vymyslela, že mu zavolá. Keď zhodnotila, koľko času jej zabralo, kým na to prišla, vážne začala pochybovať o svojich schopnostiach. Ale potom si spomenula, že vždy, keď jej niečo nešlo, sa dokázala prekonať a zvládla to. Ako posledné finále atletických pretekov, v ktorom napokon zvíťazila, aj keď ju mnohí podceňovali.

Príklad č. 5: Miška, Nina a Oľga sa dostali do finále atletických pretekov, v ktorom boli už len ony tri. Finále pozostávalo z troch disciplín. V každej disciplíne dostala víťazka X bodov, za druhé miesto bolo Y bodov a tretia pretekárka získala Z bodov. Samozrejme platí, že X je väčšie ako Y , a Y je väčšie ako Z , pričom X, Y, Z sú kladné celé čísla. Po zrataní bodov z jednotlivých disciplín bolo takéto poradie: Miška 20 bodov, Nina 10 bodov, Oľga 9 bodov. Miška skončila druhá v behu na 100 metrov. Ktoré dievča skončilo druhé v skoku do diaľky? Koľko bodov mohla pretekárka získať za 2. miesto?

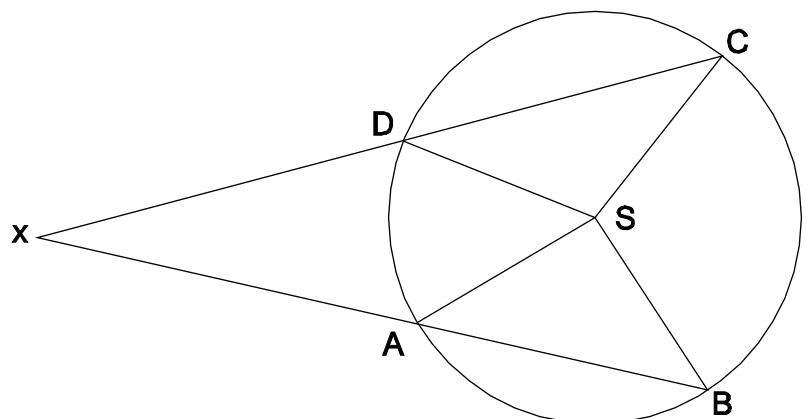
Dobehla teda k telefónnemu stolíku a vyšplhala hore po telefónnom kábli. Našťastie, zdvihnúť na rukách tých pár deka, čo vážila, nebol taký problém. Ceruzkou vypáčila slúchadlo. Teraz si už len spomenúť na telefónne číslo. Po chvíli sústredenia si spomenula na takmer celé číslo, len dve posledné cifry jej nie a nie napadnúť. Ako vždy, práve toto si nikdy nevedela zapamätať. Ved' preto jej Viki vymyslel pomôcku, tie cifry tvoria spolu číslo rovnaké ako veľkosť uhla na atletickom ihrisku, kde sa hádže oštepom.

Príklad č. 6: Na obrázku je náčrt práve spomínaného ihriska, na ktorom je kružnica so stredom S , úsečky XC a XB a priesečníky týchto úsečiek s kružnicou sú postupne označené ako D a A . Teda na kružnici sú vyznačené štyri body A, B, C, D . Platí, že $|\angle ASB| = |\angle BSC| = |\angle CSD| = 100^\circ$.

Aká je veľkosť uhla AXC ?

Poskákala po tlačítkach a na tretí pokus sa ozvalo zvonenie. Nikto nezdvihol.

Bolo na čase vytvoriť plán B. Plány na zostrojenie minilietadla s automatickým



pilotom, ani návody na výrobu katapultu sa však väčšinou nepovaľujú len tak doma na stole a tak si skúsila pomôcť sama. Pomocou odlomeného hrotu ceruzky, mince, hracej kocky a zápalky vytvorila niekoľko jednoduchých náčrtov.

Príklad č.1: Nakreslite

- 1.trojuholník a priamku
- 2.štvorec a kružnicu
- 3.dve kružnice a tri priamky

tak, aby mali dokopy čo najviac priesečníkov.

(Vyhľadajte všetky tri možnosti. Každú zvlášť)

Sklamane si však uvedomila, koľko námahy by zostrojenie takýchto vecičiek stálo a že to asi nie je v jej silách, a tak prešla na plán C. Dostane sa k Vikimu peši, veď býva len o ulicu ďalej.

Obula si teda slnečnicové semienka, trošku si upravila vlasy – tak, aby vyzerali ledabolo, ale pritom nie príliš strapato, skrátka tak akurát na malú verejnú vychádzku.

Lasom stlačila kľučku na dverách a už aj vykĺzla cez pootvorené dvere na ulicu.

Ešte nikdy si nepripadala taká maličká, ako teraz. Dokonca ani keď odpovedala z matiky pred celou triedou a nevedela vyriešiť tento príklad:

Príklad č.4: 111 ľudí stojí v kruhu, medzi nimi aj Peťo a Marek, ktorí nestoja vedľa seba. Peťo s Marekom sa striedajú v ťahoch. Začína Peťo. Každý sa vo svojom ťahu dotkne jedného zo svojich susedov a povie „TRČ“. A dotknutý musí opustiť kruh. Vyhráva ten hráč (Marek alebo Peter), ktorý sa takto ako prvý dotkne toho druhého. Nájdite spôsob hry, ktorý niektorému z nich umožní vždy vyhrať, bez ohľadu na to ako dobre hrá protihráč.

A naozaj – ešte nikdy taká maličká nebola.

Rozhodla sa, že si po ceste bude šetriť sily, preto zvolila pokojnejšie tempo chôdze. Rozmýšľala, ako sa k Viktorovi dostať. Cestu síce poznala naspamäť, ale keď je všetko obrovské, aj orientácia v teréne je trošku náročnejšia. Kým preskákala kamienky na príjazdovej ceste, bola už taká utáhaná, že znovu premýšľala o inom spôsobe. V tom okolo nej prebehla myš. Miška sa vôbec nezľakla, zvieratká mala veľmi rada, dokonca ona vymyslela, aby si v škole obstarali triedneho zajaca a potom mu nosili z domu potravu, najmä ovocie.

Príklad č.2: Spolužiáci nosili zajkovi ovocie naozaj radi a striedali sa v tom. Naposledy to boli Ignác, Viki, Janka a Miška. Ignác má v taške dve jablká a hrušku. Viki má dva pomaranče a hrušku. Janka má dve hrušky a jablko. Z tašiek týchto troch detí je Jankina najťažšia a Ignácova najľahšia. Miška má v taške jablko, pomaranč a hrušku. Porovnajme hmotnosť jej tašky s taškami ostatných detí, keď viete, že každé dve jablká vážia rovnako, každé dve hrušky vážia rovnako a aj každé dva pomaranče vážia rovnako.

Zrazu ju osvietilo. To je nápad! A už sa aj snažila napodobniť jej piskot. Na myš to napodiv zabralo a opatrne sa vrátila k zmenšenine človeka. Nikdy nič podobné nevidela, ale keď ju to pohladkalo, získalo si to jej dôveru. Miška teda na myšku vysadla a poťahovaním za fúziky ju navigovala k Vikiho domu. Cestou rozmýšľala, čo spraví, ak nebude doma Viki, ani nikto z jeho rodiny. Možno by mohla zaklopať u ich susedov, ak ju vôbec budú počuť.

Prémia: Vikiho susedia, Mrkvičkovci, sú celkom zaujímavá rodinka. Pán Mrkvička má spolu s pani Mrkvičkovou //POČET SESTIER V ZNÁMOM DIELE OD A. P. ČECHOVA// detí. Raz k nim prišla na návštevu pani Petržlenová zo Sociologického výskumného ústavu a kládla im rôzne otázky o ich rodine a deťoch. Od pána Mrkvičku sa dozvedela, že ich deti majú //KOĽKO ROKOV MUSÍ MAŤ ČLOVEK ABY MU BOL VYDANÝ PRVÝ OBČIANSKY PREUKAZ?//, //POČET PAMÄTNÝCH DNÍ NA SLOVENSKU V ROKU 2008// a //KOĽKO ROKOV SÚ MUŽ A ŽENA MANŽELMI, KEĎ SLÁVIA PORCELÁNOVÉ VÝROČIE SVADBY?// rokov. Ďalej chcela zistiť, ktoré z toho sú //KTO SA UMÝVA V STUDENEJ VODIČKE Z BYSTRÉHO POTÔČKA V LUDOVEJ PIESNI?// a ktoré //KTO POCHÁDZA Z DUNAJSKEJ ULICE V NÁZVE KNIHY OD ZNÁMEHO SLOVENSKEHO HERCA?//. Vtedy však už bol pán Mrkvička unavený z toľkých otázok. Bol ochotný odpovedať už iba na //POČET KRAJÍN, KTORÉ SÚ ROZLOHOU VÄČŠIE AKO INDIA// otázok, aj to iba //JE NAJVÄČŠIM JAZEROM SVETA KASPICKÉ MORE?// alebo //PATRIA MALÉ KARPATY MEDZI NÁRODNÉ PARKY?//. Ako môže pani Petržlenová zistiť odpoveď na svoju anketovú otázku? A ešte pozor! Pani Mrkvičková ju upozornila, že jej manžel bude //POČET VZÁCNÝCH KOVŮ, KTORÉ VYBOJOVALI SLOVÁCI NA ZOH V TURÍNE//krát klamať.

Keď však pred sebou zazreli niečo obrovské a chlpaté, dievča hneď zabudlo na Vikiho. Jediné, čo ju trápilo, že pred nimi je mačka veľkosti statného mamuta a ona sedí na myši. A tá myš to očividne chápala tiež, rozbehla sa rovno do najbližšej diery.

A vtedy prebehla scéna ako z akčného filmu. Myš bežiaca do tunelu, za ňou divoký tvor a na nej človek, ktorý sa zhodou okolností do tunela nevojde, i keď len o pár centimetrov. A tak sa Miška po tvrdom náraze do hlavy ocitla na zemi a posledné, čo videla predtým, ako ju ovládla tma, bola blížiaci sa obromačka...